

Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 3S
VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 19.05.2011

COMPITO A

Esercizio A.1 Determina l'equazione dell'ellisse con centro nell'origine che passa per i punti $P(3; -2)$ e $Q(-\sqrt{6}; 2\sqrt{2})$. Calcola poi le coordinate dei fuochi dell'ellisse trovata e l'equazione della tangente a tale ellisse, condotta per il punto P .

$$[x^2/12 + y^2/16 = 1; (0; -2), (0; 2); y = 2x - 8]$$

Esercizio A.2 Trova l'equazione di un'iperbole, con centro nell'origine e i fuochi sull'asse y , che passa per il punto $M(1; 2\sqrt{3})$ e i cui asintoti hanno equazioni $y = \pm\sqrt{3}x$. Calcola poi l'eccentricità di tale iperbole e trova le tangenti all'iperbole parallele alla retta $y = 3x/2$.

$$[y^2/9 - x^2/3 = 1; 2/\sqrt{3} y = 3x/2 \pm 3/2]$$

Esercizio A.3 Individua l'equazione della funzione omografica \mathcal{F} che ha come asintoto orizzontale la retta $y = 3/2$ e che passa per i punti $(3; 2)$ e $(-5; 1)$. Trova poi l'equazione di una parabola che ha come asse di simmetria la retta $x = -2$ e che passa per i fuochi di \mathcal{F} .

$$[y = (3x + 7)/(2x + 2); y = x^2/2 + 2x + 1]$$

Esercizio A.4 Riconosci, caratterizza e disegna la curva di equazione:

$$x^2 + 4y^2 + 8x - 8y - 16 = 0. \quad [(x + 4)^2/36 + (y - 1)^2/9 = 1]$$

Esercizio A.5 Calcola il valore della seguente espressione:

$$\frac{\cos \frac{\pi}{3} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{6} + \operatorname{sen} \pi}{\cos \frac{\pi}{3} \operatorname{sen} \frac{\pi}{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}}. \quad [8]$$

Esercizio A.6 (Speciale) In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale sono dati la retta $r : x = a^2/c$ e il punto $F(c; 0)$, dove a e c sono costanti positive con $c > a$.

Determina l'equazione del luogo dei punti, posti alla destra di r , la cui distanza da F è uguale alla loro distanza dalla retta r , moltiplicata per c/a .

$$[x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1]$$

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Determina l'equazione dell'ellisse con centro nell'origine che passa per i punti $M(-6; -4)$ e $N(-3; 8)$. Calcola poi le coordinate dei fuochi dell'ellisse trovata e l'equazione della tangente a tale ellisse, condotta per il punto N . $[x^2/45 + y^2/80 = 1; (0; -\sqrt{35}), (0; \sqrt{35}); 2x - 3y + 30 = 0]$

Esercizio B.2 Trova l'equazione di un'iperbole, con centro nell'origine e i fuochi sull'asse y , che ha eccentricità $e = \sqrt{3/2}$ e passa per il punto $P(6; 4\sqrt{5})$. Calcola poi le equazioni degli asintoti di tale iperbole e delle tangenti all'iperbole parallele alla bisettrice del primo e terzo quadrante.

$$[y^2/8 - x^2/4 = 1; y = \pm\sqrt{2}x; y = x \pm 2]$$

Esercizio B.3 Individua l'equazione della funzione omografica \mathcal{F} che ha come asintoto verticale la retta $x = 3$ e che passa per i punti $(7; 3)$ e $(-1; 2)$. Trova poi l'equazione di una parabola che ha come asse di simmetria la retta $x = 4$ e che passa per i fuochi di \mathcal{F} . $[y = (5x - 11)/(2x - 6); y = -x^2/2 + 4x - 3]$

Esercizio B.4 Riconosci, caratterizza e disegna la curva di equazione:

$$x^2 - 4y^2 - 6x - 16y - 23 = 0. \quad [(x - 3)^2/16 - (y + 2)^2/4 = 1]$$

Esercizio B.5 Calcola il valore della seguente espressione:

$$\frac{2 \sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos \pi \cdot \sin \frac{3}{2}\pi - 2\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}}{\cos \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{3} + \frac{1}{4}}. \quad [-2]$$

Esercizio B.6 (Speciale) In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale sono dati la retta $r : x = -a^2/c$ e il punto $F(-c; 0)$, dove a e c sono costanti positive con $c < a$.

Determina l'equazione del luogo dei punti, posti alla destra di r , la cui distanza da F è uguale alla loro distanza dalla retta r , moltiplicata per c/a .

$$[x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1]$$

Buon Lavoro!