Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 3S

COMPITO IN CLASSE DI MATEMATICA - 27.05.2006

COMPITO A

Esercizio A.1 Determina l'equazione della circonferenza $\mathcal{C}$ che passa per il punto $A(5;\ 3)$, per il punto $B(-1;\ 5)$ e che ha il centro sulla retta $y = 2x - 1$.

Poi trova l'equazione della retta r tangente a $\mathcal{C}$ in A.

Esercizio A.2 Le soluzioni dell'esercizio precedente sono $\mathcal{C} :\ x^2 + y^2 - 2x - 2y - 18 = 0$ e $r :\ y = -2x + 13$. Trova l'equazione della parabola tangente in A a $\mathcal{C}$ e che passa per $D(3; 9)$.

Esercizio A.3 Trova le tangenti all'ellisse di equazione

$$\frac{x^2}{48} + \frac{y^2}{64} = 1$$

parallele alla retta $2x - y - 2 = 0$.

Esercizio A.4 Nel piano cartesiano sono date due iperboli, entrambe con centro nell'origine e con asintoti le rette $y = \pm x/2$. La prima, con i fuochi sull'asse x, passa per il punto $A(2\sqrt{2}, 1)$; la seconda, con i fuochi sull'asse y, passa per $B(2,\ \sqrt{2})$.

Scrivi l'equazione dell'ellisse che passa per i vertici delle due iperboli.

Esercizio A.5 Scrivi l'equazione della funzione omografica che passa per il punto $(0,\ -2)$ e che ha per asintoti le rette $x = 2$ e $y = 0$; poi determina:

a. la traslazione mediante la quale l'equazione assume la forma $XY = k$ (con verifica)

b. i punti della curva che hanno distanza $2\sqrt{2}$ dalla retta $x + y = 0$.

Esercizio A.6 (Speciale) Considera la parabola $\mathcal{P}$ di equazione $y = ax^2$ $(a > 0)$; indica con P il punto della parabola di ascissa $x_0 > 0$ e con V il vertice della parabola.

Determina le coordinate del punto R di intersezione tra la retta tangente alla parabola in P e l'asse di simmetria della parabola, e dimostra che l'area A del triangolo PVR è

$$A = \frac{m^3}{16a^2}\ ,$$

dove m è il coefficiente angolare della retta tangente sopra considerata.

Usando la geometria piana, dimostra che lo stesso risultato è valido per ogni parabola congruente a $\mathcal{P}$.

Buon Lavoro!

Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 3S
COMPITO IN CLASSE DI MATEMATICA - 27.05.2006

COMPITO B

Esercizio B.1 Determina l'equazione della circonferenza $\mathcal{C}$ che passa per il punto $A(8;\,0)$, per il punto $B(2;\,-6)$ e che ha il centro sulla retta $y = x + 2$.

Poi trova l'equazione della retta r tangente a $\mathcal{C}$ in A.

Esercizio B.2 Le soluzioni dell'esercizio precedente sono $\mathcal{C}:\ x^2 + y^2 - 4y - 64 = 0$ e $r:\ y = 4x - 32$. Trova l'equazione della parabola tangente in A a $\mathcal{C}$ e che passa per $D(6;\,-7)$.

Esercizio B.3 Trova le tangenti all'iperbole di equazione

$$x^2 - y^2 = 36$$

parallele alla retta $5x - 4y + 6 = 0$.

Esercizio B.4 Nel piano cartesiano sono date due ellissi, entrambe con centro nell'origine e con eccentricità $e = \sqrt{3}/2$. La prima, con i fuochi sull'asse x, passa per il punto $M(2\sqrt{3}, 1)$; la seconda, con i fuochi sull'asse y, passa per $N(1,\,2)$.

Scrivi l'equazione dell'ellisse con centro nell'origine che ha gli assi uguali agli assi maggiori delle due ellissi.

Esercizio B.5 Scrivi l'equazione della funzione omografica che passa per l'origine degli assi e che ha per asintoti le rette $x = 1$ e $y = 1$; poi determina:

a. la traslazione mediante la quale l'equazione assume la forma $XY = k$ (con verifica)

b. i punti della curva che hanno distanza $\sqrt{2}$ dalla retta $x + y = 0$.

Esercizio B.6 (Speciale) Considera la parabola $\mathcal{P}$ di equazione $y = ax^2$ $(a > 0)$; indica con P il punto della parabola di ascissa x_0 e con Q il punto simmetrico a P rispetto all'asse di simmetria della parabola.

Determina le coordinate del punto R di intersezione tra le due rette tangenti alla parabola in P e in Q e dimostra che l'area A del triangolo PQR è

$$A = \frac{m^3}{4a^2}\,,$$

dove m è il coefficiente angolare positivo tra i due delle tangenti sopra considerate.

Usando la geometria piana, dimostra che lo stesso risultato è valido per ogni parabola congruente a $\mathcal{P}$.

Buon Lavoro!