COMPITO A

Esercizio A.1 Scrivi l'equazione della parabola che ha per direttrice la retta $d: x = -7/2$, per asse di simmetria la retta $r: y = 4$ e che passa per il punto $(-1; 6)$ (due soluzioni).

$$[x = y^2/2 - 4y + 5, x = y^2/8 - y + 1/2]$$

Esercizio A.2 Calcola le equazioni delle rette tangenti alla parabola $y = -x^2/4 + 4x - 3$ condotte dal punto $A(1; 3)$.

$$[y = 2x + 1; y = 5x - 2]$$

Esercizio A.3 Scrivi l'equazione della parabola, con l'asse di simmetria parallelo all'asse y , che ha il vertice nel punto $(4; -16)$ e passa per $P(6; -12)$. Verifica che la parabola trovata passa per l'origine O del sistema di riferimento.

Poi trova, sull'arco OP della parabola, un punto Q in modo tale che valga 24 l'area del triangolo OPQ (due soluzioni).

$$[y = x^2 - 8x; (2; -12), (4; -16)]$$

Esercizio A.4 Scrivi l'equazione della circonferenza che passa per i punti $A(2; 1)$ e $B(8; 3)$ e che ha il centro che appartiene alla retta $r: y = 5 - x$. Determina poi l'equazione della parabola, con l'asse di simmetria parallelo all'asse y , tangente nel punto A alla circonferenza trovata e con il fuoco di ordinata $-1/2$.

$$[x^2 + y^2 - 12x + 2y + 17 = 0; y = x^2/2 - 1]$$

Esercizio A.5 Nel fascio di parabole di equazione

$$(t + 1)y = (1 - t)x^2 + 2(3t + 2)x - 2t + 5$$

determina:

- le curve generatrici e gli eventuali punti base;
- la retta che appartiene al fascio;
- l'equazione della curva degenerare, specificando cosa essa rappresenta nel piano cartesiano;
- la parabola che ha il vertice di ascissa $11/2$;
- la parabola che è tangente nel suo punto di ascissa 1 a una retta con coefficiente angolare pari a 2.

$$[y = x^2 + 4x + 5, y = -x^2 + 6x - 2, \emptyset; y = 5x + 3/2; 2x^2 - 2x + 7 = 0, \emptyset; y = -x^2/2 + 11x/2 - 1/4; y = -3x^2 + 8x - 9]$$

Esercizio A.6 (Speciale) Dimostra che il punto $(1; -2)$ è il centro di simmetria del grafico della funzione $y = x^3 - 3x^2 - 6x + 6$.

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Scrivi l'equazione della parabola che ha per direttrice la retta $d : x = 5$, per asse di simmetria la retta $r : y = -2$ e che passa per il punto $(-5; 4)$ (due soluzioni).

$$[x = -y^2/4 - y + 3, x = -y^2/36 - y/9 - 37/9]$$

Esercizio B.2 Calcola le equazioni delle rette tangenti alla parabola $y = x^2/2 - 6x + 1$ condotte dal punto $P(3; -13)$.

$$[y = -4x - 1, y = -2x - 7]$$

Esercizio B.3 Scrivi l'equazione della parabola, con l'asse di simmetria parallelo all'asse y , che ha il vertice nel punto $(3; 9)$ e passa per $A(5; 5)$. Verifica che la parabola trovata passa per l'origine O del sistema di riferimento.

Poi trova, sull'arco OA della parabola, un punto B in modo tale che valga 15 l'area del triangolo OAB (due soluzioni).

$$[y = -x^2 + 6x; (2; 8), (3; 9)]$$

Esercizio B.4 Scrivi l'equazione della circonferenza che passa per i punti $P(2; 3)$ e $Q(4; 1)$ e che ha il centro che appartiene alla retta $r : y = 11 - x$. Determina poi l'equazione della parabola, con l'asse di simmetria parallelo all'asse y , tangente nel punto P alla circonferenza trovata e con il fuoco di ordinata $9/2$.

$$[x^2 + y^2 - 12x - 10y + 41 = 0; y = -x^2/2 + 5]$$

Esercizio B.5 Nel fascio di parabole di equazione

$$(k + 1)y = (1 - k)x^2 - 2(k + 4)x - 6k + 8$$

determina:

- le curve generatrici e gli eventuali punti base;
- la retta che appartiene al fascio;
- l'equazione della curva degenerare, specificando cosa essa rappresenta nel piano cartesiano;
- la parabola che ha il vertice di ascissa $2/3$;
- la parabola che è tangente nel suo punto di ascissa 6 a una retta con coefficiente angolare pari a -2 .

$$[y = x^2 - 8x + 8, y = -x^2 - 2x - 6, \emptyset; y = -5x + 1; x^2 - 3x + 7 = 0, \emptyset; y = -3x^2 + 4x - 20; y = x^2/3 - 6x + 10/3]$$

Esercizio B.6 (Speciale) Dimostra che il punto $(-2; 1)$ è il centro di simmetria del grafico della funzione $y = x^3 + 6x^2 + 3x - 9$.

Buon Lavoro!