

COMPITO A

**Esercizio A.1** Nel fascio di rette descritto dall'equazione

$$(2k + 3)x + (1 - 3k)y - 18k - 5 = 0$$

determina:

- a) le equazioni delle generatrici, indicando se una di esse non appartiene al fascio;
- b) le coordinate del centro;
- c) l'equazione della retta perpendicolare alla retta di equazione  $x + 8y + 6 = 0$ .

$$[3x+y-5=0, 2x-3y-18=0, (3; -4), 8x-y-28=0]$$

**Esercizio A.2** Verifica che la curva di equazione  $2x^2 - y^2 - 2y - 16x + 29 = 0$  rimane invariata se sottoposta a una trasformazione assiale rispetto alla retta  $y = -1$ .

**Esercizio A.3** Nel sistema di riferimento  $xOy$  il punto  $A$  ha coordinate  $A(x = 5; y = -2)$ ; nel sistema di riferimento traslato  $XO'Y$  lo stesso punto ha coordinate  $A(X = 1; Y = 1)$ . Scrivi le equazioni che descrivono tale traslazione e determina qual è l'equazione della retta  $2x - 7y + 11 = 0$  nel sistema  $XO'Y$ .

$$[X=x-4, Y=y+3, 2X-7Y+40=0]$$

**Esercizio A.4** Nel piano sono dati la retta  $r : y = 3x - 15$  e il punto  $A(2; 1)$ . Indica con  $P$  un punto generico di  $r$  e con  $P'$  il simmetrico di  $P$  rispetto ad  $A$ . Determina il luogo dei punti medi dei segmenti  $AP'$ .

$$[y=3x]$$

**Esercizio A.5** Di una progressione aritmetica  $a_n$  si conoscono gli elementi  $a_4 = 12$  e  $a_{16} = 32$ . Trova il valore del primo elemento  $a_1$ , della ragione  $d$  della progressione, dell'elemento  $a_{28}$  e della somma  $S_{28}$  dei primi 28 elementi della progressione.

$$[7, 5/3, 52, 826]$$

**Esercizio A.6** La somma di sei numeri  $a_1, \dots, a_6$  in progressione aritmetica vale 30, e per essi vale la relazione  $a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 = 509/5$ . Determina i sei numeri.

$$[7/2, 41/10, 47/10, 53/10, 59/10, 13/2]$$

**Esercizio A.7 (Speciale)** La quantità

$$S(n) = \sum_{k=1}^n (k^2 + k)$$

è espressa da un polinomio di terzo grado nella variabile  $n$ . Sulla base di tale informazione, determina la forma di  $S(n)$  e dimostra la sua validità usando il principio di induzione.

$$[n(n+1)(n+2)/3]$$

**Buon Lavoro!**

COMPITO B

**Esercizio B.1** Nel fascio di rette descritto dall'equazione

$$(a + 2)x + (3 - 4a)y + 14a + 6 = 0$$

determina:

- a) le equazioni delle generatrici, indicando se una di esse non appartiene al fascio;
- b) le coordinate del centro;
- c) l'equazione della retta parallela alla retta di equazione  $4x - 5y + 1 = 0$ .

$$[2x+3y+6=0, x-4y+14=0; (-6; 2); 4x-5y+34=0]$$

**Esercizio B.2** Verifica che la curva di equazione  $x^2 + 4y^2 - 4x + 24y + 36 = 0$  rimane invariata se sottoposta a una trasformazione assiale rispetto alla retta  $x = 2$ .

**Esercizio B.3** Nel sistema di riferimento  $xOy$  il punto  $B$  ha coordinate  $B(x = -4; y = 4)$ ; nel sistema di riferimento traslato  $XO'Y$  lo stesso punto ha coordinate  $B(X = -1; Y = 0)$ . Scrivi le equazioni che descrivono tale traslazione e determina qual è l'equazione della retta  $3x + 5y - 16 = 0$  nel sistema  $XO'Y$ .

$$[X=x+3, Y=y-4, 3X+5Y-5=0]$$

**Esercizio B.4** Nel piano sono dati la retta  $r : y = 4x - 3$  e il punto  $B(1; 3)$ . Indica con  $D$  un punto generico di  $r$  e con  $D'$  il simmetrico di  $D$  rispetto ad  $B$ . Determina il luogo dei punti medi dei segmenti  $BD'$ .

$$[y=4x]$$

**Esercizio B.5** Di una progressione aritmetica  $a_n$  si conoscono gli elementi  $a_9 = 19$  e  $a_{17} = 33$ . Trova il valore del primo elemento  $a_1$ , della ragione  $d$  della progressione, dell'elemento  $a_{33}$  e della somma  $S_{33}$  dei primi 33 elementi della progressione.

$$[5, 7/4, 61, 1089]$$

**Esercizio B.6** La somma di cinque numeri  $a_1, \dots, a_5$  in progressione aritmetica vale 10, e per essi vale la relazione  $a_1^2 + a_2^2 + a_4^2 + a_5^2 = 88/5$ . Determina i cinque numeri.

$$[6/5, 8/5, 2, 12/5, 14/5]$$

**Esercizio B.7 (Speciale)** La quantità

$$S(n) = \sum_{k=1}^n (k^2 - k)$$

è espressa da un polinomio di terzo grado nella variabile  $n$ . Sulla base di tale informazione, determina la forma di  $S(n)$  e dimostra la sua validità usando il principio di induzione.

$$[(n-1)n(n+1)/3]$$

**Buon Lavoro!**