

COMPITO A

Esercizio A.1 In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale considera il fascio \mathcal{F} di equazione $(1 + 3t)x + (1 - t)y - 4(1 + t) = 0$ e sia Q il punto di intersezione tra la generica retta di \mathcal{F} e la retta r di equazione $y = 2x$. Dato il punto $P(-1; 1)$, determina l'equazione del luogo dei punti P' , simmetrici di P rispetto a Q .

Esercizio A.2 Scrivi l'equazione della parabola $y = x^2 - 2x + 1$ in un sistema di riferimento ruotato di un angolo $\alpha = +\pi/3$. Determina le coordinate del vertice della parabola nel nuovo sistema di riferimento.

Esercizio A.3 La parabola \mathcal{P}_1 ha vertice nel punto $V(4, 4)$ ed è tangente alla retta $y = x + 1$; \mathcal{P}_1 interseca la parabola $y = \frac{1}{3}x^2$ in un punto A , distinto dall'origine O . Conduci una retta parallela all'asse x , che incontra in P l'arco OA della prima parabola e in Q l'arco OA della seconda parabola in modo che in segmento PQ sia lungo 1.

Esercizio A.4 In un riferimento cartesiano ortogonale è dato il fascio di parabole di equazione

$$y = tx^2 - 2x(t + 1) + t + 2;$$

- determina gli eventuali punti base del fascio;
- scrivi l'equazione della parabola del fascio passante per l'origine degli assi coordinati;
- determina l'equazione della parabola del fascio che ha il vertice sull'asse y .

Esercizio A.5 Scrivi l'equazione della circonferenza di centro $C(-2, 1)$ e raggio 2, e quindi determina le equazioni delle due rette, parallele alla $3x + 4y - 2 = 0$, tangenti la circonferenza assegnata.

Esercizio A.6 (Facoltativo) Quale lettera dell'alfabeto è disegnata sul piano cartesiano dal grafico della curva di equazione

$$(y^3 - xy^2 + 9x - 9y) \frac{\sqrt{9 - x^2}}{\sqrt{9 - x^2}} = 0?$$

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale sono dati il punto $M(1, 4)$ ed il fascio \mathcal{F} di equazione $(1+t)x + (1-2t)y + 1 - 5t = 0$. Sia inoltre N il punto di intersezione tra la generica retta di \mathcal{F} e la retta r di equazione $y = x$. Determina l'equazione del luogo dei punti M' , simmetrici di M rispetto a N .

Esercizio B.2 Scrivi l'equazione della parabola $y = x^2 + 2x + 1$ in un sistema di riferimento ruotato di un angolo $\alpha = +\pi/6$. Determina le coordinate del vertice della parabola nel nuovo sistema di riferimento.

Esercizio B.3 Sia data una parabola avente la retta $x = 2$ come asse di simmetria, e tangente in $P(1, 3)$ alla retta $y = 2x + 1$; conduci una retta r , parallela all'asse x , che intersechi la parabola nei punti A e B (aventi ordinata positiva), e siano A' e B' le proiezioni di A e B sull'asse x . Determina la retta r in modo che il perimetro del rettangolo $ABB'A'$ sia lungo 10.

Esercizio B.4 In un riferimento cartesiano ortogonale è dato il fascio di parabole di equazione

$$y = kx^2 + 2x(k-2) + k + 1;$$

- determina gli eventuali punti base del fascio;
- scrivi l'equazione della parabola del fascio passante per il punto di coordinate $(1, 1)$;
- determina l'equazione della parabola del fascio che ha come asse di simmetria la retta $x = 1$.

Esercizio B.5 Scrivi l'equazione della circonferenza di centro $C(1, 3)$ e raggio 2, e quindi determina le equazioni delle due rette, parallele alla $4x - 3y + 7 = 0$, tangenti la circonferenza assegnata.

Esercizio B.6 (Facoltativo) Quale lettera dell'alfabeto è disegnata sul piano cartesiano dal grafico della curva di equazione

$$(x^3 + x^2y - 4x - 4y) \frac{\sqrt{4-y^2}}{\sqrt{4-y^2}} = 0?$$

Buon Lavoro!