

**Esercizio 1** Determina il dominio naturale della funzione che ha la relazione funzionale

$$y = f(x) = \sqrt{\frac{|x^2 - 4x + 16| - 21}{x - 2 - \sqrt{x^2 - 3x}}} + \sqrt[3]{x^2 - 4x - 12}.$$

$$[-1 < x \leq 0 \vee 4 < x \leq 5]$$

**Esercizio 2** È data la funzione  $f : \mathbb{R} - \{a\} \rightarrow \mathbb{R} - \{b\}$  con relazione funzionale

$$y = f(x) = \frac{2x + 1}{x - 3}.$$

Determina il valore di  $a$  che fornisce il dominio naturale della funzione e il valore di  $b$  che la rende suriettiva. Dimostra inoltre che la funzione è iniettiva e di conseguenza scrivi la relazione funzionale della sua funzione inversa nella forma  $y = f^*(x)$ .  $[3, 2, y = (3x+1)/(x-2)]$

**Esercizio 3** Studia le proprietà di parità delle seguenti funzioni reali di variabile reale:

$$y = f(x) = \frac{x^5 + x^3}{x^4 + 1}; \quad y = g(x) = \frac{x^6 - x^2 + 4}{|x| + 3}.$$

**Esercizio 4** Sono date le funzioni  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tali che  $f(x) = 2 - x^2$  e  $g(x) = x - 2$ . Scrivi la relazione funzionale della funzione  $h = f \circ g - g \circ f$ .  $[4x-2]$

**Esercizio 5** La somma di tre numeri in progressione aritmetica vale 33 e la somma dei loro quadrati è 395. Individua i tre numeri. Chiamata  $a_1$  il più piccolo dei numeri trovati: determina il valore dell'elemento  $a_{18}$  della medesima progressione e, senza fare tutte le somme, calcola il valore di  $S_{18}$ .  $[7, 11, 15; 75; 738]$

**Esercizio 6** In una progressione geometrica a segni alterni sono dati  $a_3 = 3$  e  $a_9 = 1/9$ . Determina  $a_1$ ,  $q$ ,  $a_{12}$  e, senza fare tutte le moltiplicazioni, il valore del prodotto  $P_{12}$ . Esprimi quest'ultimo risultato come potenza di 3.  $[9; 1/\sqrt{3}; -1/(27\sqrt{3}); 3^{-9}]$

**Esercizio 7** Una progressione geometrica ha ragione  $q = 3$  e la somma dei suoi primi 7 termini vale 4372. Determina il valore di  $a_1$ .  $[4]$

**Esercizio 8 (Speciale)** Dimostra che per una funzione  $f(x)$  che sia dispari e che esista  $\forall x \in \mathbb{R}$  deve valere la condizione  $f(0) = 0$ .

**Buon Lavoro!**