

Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 3S
VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 04.12.2017

COMPITO A

Esercizio A.1 Determina il dominio naturale della seguente funzione:

$$y = f(x) = \sqrt[4]{\frac{x+2-\sqrt{4x+5}}{5-|2x-1|}}. \quad [-5/4 \leq x \leq -1 \vee 1 \leq x < 3]$$

Esercizio A.2 È data la funzione $f: \mathbb{R} - \{a\} \rightarrow \mathbb{R} - \{b\}$ con relazione funzionale

$$f(x) = \frac{x+5}{2x-7}.$$

Determina il valore di a che fornisce il dominio naturale della funzione e il valore di b che la rende suriettiva. Dimostra inoltre che la funzione è iniettiva e di conseguenza scrivi la relazione funzionale della sua funzione inversa nella forma $y = f^*(x)$. $[7/2; 1/2; y=(7x+5)/(2x-1)]$

Esercizio A.3 Sono date le funzioni $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tali che $f(x) = 3x - 1$ e $g(x) = x^2 - x$. Scrivi la relazione funzionale della funzione $h = 2(f \circ g) - g \circ f$. $[y = -3x^2 + 3x - 4]$

Esercizio A.4 Tra i numeri 243 e 1024 inserisci 10 medi aritmetici e anche 4 medi geometrici.

$$[314, 385, 456, 527, 598, 669, 740, 811, 882, 953; 324, 432, 576, 768]$$

Esercizio A.5 Trova quattro numeri in progressione aritmetica in modo che la loro somma valga 56 e che la somma dei loro quadrati sia uguale a 964. $[5, 11, 17, 23]$

Esercizio A.6 Di una progressione geometrica si conoscono $a_3 = -36$ e $a_6 = 972$. Determina i valori di a_1 , q e a_9 . Senza fare i calcoli espliciti, determina il valore della somma dei primi 9 termini della successione e il prodotto degli stessi termini (esprimi l'ultimo valore con cinque cifre significative). $[-4, -3, -26244; -19684, -3,9346 \times 10^{22}]$

Esercizio A.7 Determina sull'asse delle x un punto A che dista $\sqrt{53}$ dal punto $B(5; -2)$. Delle due soluzioni trovate scegli quella che ha l'ascissa positiva e poi determina le coordinate del baricentro del triangolo ABC con $C(7; 8)$. $[(-2; 0), (12; 0); (8; 2)]$

Esercizio A.8 (Speciale) Nel piano cartesiano sono dati i punti $A(-3; 4)$ e $B(8; 1)$. Determina le coordinate di un punto C , con l'ascissa che supera di 1 l'ordinata e che forma con gli altri due punti un triangolo rettangolo in C (due soluzioni). $[(-1; -2), (7; 6)]$

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Determina il dominio naturale della seguente funzione:

$$y = f(x) = \sqrt[6]{\frac{|2x-3|-5}{x+1-\sqrt{4x+1}}}. \quad [0 < x < 2 \vee x \geq 4]$$

Esercizio B.2 È data la funzione $f : \mathbb{R} - \{a\} \rightarrow \mathbb{R} - \{b\}$ con relazione funzionale

$$f(x) = \frac{2x-5}{x-4}.$$

Determina il valore di a che fornisce il dominio naturale della funzione e il valore di b che la rende suriettiva. Dimostra inoltre che la funzione è iniettiva e di conseguenza scrivi la relazione funzionale della sua funzione inversa nella forma $y = f^*(x)$. [4; 2; $y = (4x-5)/(x-2)$]

Esercizio B.3 Sono date le funzioni $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tali che $f(x) = 2x^2 + x$ e $g(x) = 4x + 1$. Scrivi la relazione funzionale della funzione $h = g \circ f - 2(f \circ g)$. [$y = -56x^2 - 36x - 5$]

Esercizio B.4 Tra i numeri 32 e 162 inserisci 9 medi aritmetici e anche 3 medi geometrici positivi. [45, 58, 71, 84, 97, 110, 123, 136, 149; 48, 72, 108]

Esercizio B.5 Trova cinque numeri in progressione aritmetica in modo che la loro somma valga 65 e che la somma dei loro quadrati sia uguale a 1005. [5, 9, 13, 17, 21]

Esercizio B.6 Di una progressione geometrica si conoscono $a_4 = -24$ e $a_7 = 192$. Determina i valori di a_1 , q e a_{10} . Senza fare i calcoli espliciti, determina il valore della somma dei primi 10 termini della successione e il prodotto degli stessi termini (esprimi l'ultimo valore con cinque cifre significative). [3, -2, -1536; -1023, $-2,0776 \times 10^{18}$]

Esercizio B.7 Determina sull'asse delle y un punto P che dista $\sqrt{34}$ dal punto $Q(3; 2)$. Delle due soluzioni trovate scegli quella che ha l'ordinata positiva e poi determina le coordinate del baricentro del triangolo PQR con $R(9; 9)$. [(0; -3), (0; 7); (4; 6)]

Esercizio B.8 (Speciale) Nel piano cartesiano sono dati i punti $A(-1; -1)$ e $B(8; 2)$. Determina le coordinate di un punto C , con l'ordinata che supera di 8 l'ascissa e che forma con gli altri due punti un triangolo rettangolo in A . [(-3; 5)]

Buon Lavoro!