

COMPITO A

Esercizio A.1 Determina il dominio naturale della funzione che ha relazione funzionale

$$y = f(x) = \sqrt{2 - \sqrt{x+1}} + \sqrt[6]{12 - |x^2 + 2x - 12|}.$$

[$0 \leq x \leq 3$]

Esercizio A.2 È data la funzione f da \mathbb{Z} in \mathbb{Z} tale che $x \rightarrow 2x + 5$. In relazione a tale funzione determina:

a) la controimmagine di $y = 1$; [-2]

b) la controimmagine di $y = 12$. [7/2]

La funzione data è suriettiva?

Esercizio A.3 Sono date due funzioni f e g , entrambe da \mathbb{R} in \mathbb{R} , che hanno relazioni funzionali $y = f(x) = 3x + 2$ e $y = g(x) = x^2 - 1$. Risolvi la disequazione

$$g(f(x)) - f(g(x)) > 52. \quad [x < -4 \vee x > 2]$$

Esercizio A.4 È data una funzione f da $\mathbb{R} - \{4\}$ a B con relazione funzionale

$$y = f(x) = \frac{2x + 3}{x - 4}.$$

a) Dimostra che la funzione data è iniettiva;

b) determina come deve essere scelto l'insieme B affinché la funzione stessa sia invertibile;

c) scrivi la relazione funzionale della funzione inversa. [$B = \mathbb{R} - \{2\}$; $x = (4y + 3)/(y - 2)$]

Esercizio A.5 Sulla retta orientata sono dati i punti $A(-9)$ e $B(24)$. Determina l'ascissa di un punto P , interno ad AB in modo tale che la distanza di P da A sia i sette quarti della distanza di B da P . Calcola poi le due distanze \overline{AP} e \overline{PB} , in modo da controllare se risultano nella proporzione richiesta. [$x_P = 12$; $\overline{AP} = 21$; $\overline{PB} = 12$]

Esercizio A.6 Nel piano cartesiano sono dati i punti $P(3; 11)$, $Q(7; 1)$ e $R(13; 7)$.

a) Verifica che il triangolo PQR è isoscele;

b) calcola l'area del triangolo. [42]

Esercizio A.7 (Speciale) Nel piano cartesiano sono dati i punti $A(-2; -1)$, $B(8; -7)$ e $C(7; 14)$. a) Mostra che il triangolo ABC è rettangolo; b) calcola l'area del triangolo stesso.

[102]

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Determina il dominio naturale della funzione che ha relazione funzionale

$$y = f(x) = \sqrt[4]{|x^2 - 6x - 8| - 8} - \sqrt{3 - \sqrt{x + 4}}.$$

$$[-4 \leq x \leq -2 \vee 0 \leq x \leq 5]$$

Esercizio B.2 È data la funzione f da \mathbb{Z} in \mathbb{Z} tale che $x \rightarrow 4x - 5$. In relazione a tale funzione determina:

a) la controimmagine di $y = 19$; [6]

b) la controimmagine di $y = 4$. [9/4]

La funzione data è suriettiva?

Esercizio B.3 Sono date due funzioni f e g , entrambe da \mathbb{R} in \mathbb{R} , che hanno relazioni funzionali $y = f(x) = x^2 + 1$ e $y = g(x) = 2x + 3$. Risolvi la disequazione

$$g(f(x)) - f(g(x)) < 17. \quad [\forall x \in \mathbb{R}]$$

Esercizio B.4 È data una funzione f da $\mathbb{R} - \{2\}$ a B con relazione funzionale

$$y = f(x) = \frac{3x - 1}{x - 2}.$$

a) Dimostra che la funzione data è iniettiva;

b) determina come deve essere scelto l'insieme B affinché la funzione stessa sia invertibile;

c) scrivi la relazione funzionale della funzione inversa. $[B = \mathbb{R} - \{3\}; x = (2y - 1)/(y - 3)]$

Esercizio B.5 Sulla retta orientata sono dati i punti $C(-5)$ e $D(19)$. Determina l'ascissa di un punto P , interno a CD in modo tale che la distanza di P da C sia i tre quinti della distanza di D da P . Calcola poi le due distanze \overline{CP} e \overline{PD} , in modo da controllare se risultano nella proporzione richiesta. $[x_P = 4; \overline{CP} = 9; \overline{PD} = 15]$

Esercizio B.6 Nel piano cartesiano sono dati i punti $D(2; 8)$, $E(3; 1)$ e $F(7; 3)$.

a) Verifica che il triangolo DEF è isoscele;

b) calcola l'area del triangolo. [15]

Esercizio B.7 (Speciale) Nel piano cartesiano sono dati i punti $A(-1; -2)$, $B(15; 2)$ e $C(5; 8)$. a) Mostra che il triangolo ABC è rettangolo; b) calcola l'area del triangolo stesso.

[68]

Buon Lavoro!