

Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 5S  
VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 17.04.2023

COMPITO A

**Esercizio A.1** Studia il grafico della seguente funzione:

$$y = f(x) = \frac{(x-6)^3}{(x-4)^2}.$$

**Esercizio A.2** Calcola il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5\sqrt[5]{1+x} - 5 - x}{x^2}; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \operatorname{sen}^2 x \ln x. \quad [-2/5; 0^-]$$

**Esercizio A.3** Calcola il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \operatorname{sen} 4x - 12x + 32x^3}{x^5}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log_3 x}{7^{-x}}. \quad [128/5; +\infty]$$

**Esercizio A.4** La somma di due numeri  $a$  e  $b$  positivi fa 24. Trova i valori dei due numeri che rendono massima la quantità  $a^3 \cdot b^5$ . [9, 15]

**Esercizio A.5** Il triangolo  $ABC$  è inscritto in una semicirconferenza di diametro  $\overline{AB} = 2r$ . Indica con  $H$  la proiezione di  $C$  sul diametro  $AB$  e determina il valore del segmento  $\overline{AH}$  in modo che sia massima la somma dell'area del triangolo  $HBC$  con il triplo dell'area del triangolo  $AHC$ . [ $r(\sqrt{3}+1)/2$ ]

**Esercizio A.6** Calcola i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{2x^3 + 5x^2 + x\sqrt{x} - x + 1}{x^2} dx; \quad \int \left( \cos 4x - \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} + 3^x \right) dx.$$

[ $x^2+5x+2\sqrt{x}-1/x-\ln|x|+c$ ;  $(1/4)\operatorname{sen} 4x-2\operatorname{arcsen} x+3^x/\ln 3+c$ ]

**Esercizio A.7** Calcola il valore dei seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{18x+6}{1+9x^2} dx; \quad \int x^4 \operatorname{sen} x^5 dx; \quad 105 \int x^2 \sqrt{x+2} dx.$$

[ $2\operatorname{arctg} 3x+\ln(1+9x^2)+c$ ;  $-(1/5)\cos x^5+c$ ;  $2\sqrt{x+2}(15x^3+6x^2-16x+64)+c$ ]

**Esercizio A.8 (Speciale)** Per  $t \geq 0$  un punto materiale si muove su una retta partendo dall'origine. La sua velocità è data dalla legge:

$$v(t) = \frac{bt}{(4t^2+a)^2} \quad \text{con} \quad a = 9 \text{ s}^2; \quad b = 720 \text{ m} \cdot \text{s}^2.$$

Individua la funzione del tempo che fornisce la posizione del punto materiale.

$$[(40 \text{ m})t^2/(4t^2+9 \text{ s}^2)]$$

**Buon Lavoro!**

COMPITO B

**Esercizio B.1** Studia il grafico della seguente funzione:

$$y = f(x) = \frac{(x+3)^3}{(x+2)^2}.$$

**Esercizio B.2** Calcola il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4\sqrt[4]{1+x} - 4 - x}{x^2}; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \operatorname{sen}^3 x \ln x. \quad [-3/8; 0^-]$$

**Esercizio B.3** Calcola il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} 6x - 6x + 36x^3}{x^5}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5^{-x}}{\log_6 x}. \quad [324/5; 0^+]$$

**Esercizio B.4** La somma di due numeri  $c$  e  $d$  positivi fa 32. Trova i valori dei due numeri che rendono massima la quantità  $c^2 \cdot d^6$ . [8, 24]

**Esercizio B.5** Il triangolo  $PQM$  è inscritto in una semicirconferenza di diametro  $\overline{PQ} = 2r$ . Indica con  $T$  la proiezione di  $M$  sul diametro  $PQ$  e determina il valore del segmento  $\overline{TQ}$  in modo che sia massima la differenza tra l'area del triangolo  $TQM$  e quella del triangolo  $PTM$ .  $[r(2+\sqrt{2})/2; r^2/2]$

**Esercizio B.6** Calcola i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{6x^4 + x^3 - 2x^2 + x^4\sqrt{x} - 3x}{x^3} dx; \quad \int \left( \operatorname{sen} 6x + \frac{4}{1+x^2} - 2^x \right) dx. \\ [(2/5)x^2\sqrt{x} + 3x^2 + x + 3/x - 2 \ln|x| + c; -(1/6) \cos 6x + 4 \operatorname{arctg} x - 2^x / \ln 2 + c]$$

**Esercizio B.7** Calcola il valore dei seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{8x-4}{\sqrt{1-4x^2}} dx; \quad \int x^2 \cos x^3 dx; \quad 105 \int x^2 \sqrt{1+x} dx. \\ [-2 \operatorname{arcsen} x - 2\sqrt{1-x^2} + c; (1/3) \operatorname{sen} x^3 + c; 2\sqrt{1+x} (15x^3 + 3x^2 - 4x + 8) + c]$$

**Esercizio B.8 (Speciale)** Per  $t \geq 0$  un punto materiale si muove su una retta partendo da fermo. La sua accelerazione è data dalla legge:

$$a(t) = \frac{qt}{(9t^2 + p)^2} \quad \text{con} \quad p = 6 \text{ s}^2; \quad q = 540 \text{ m} \cdot \text{s}.$$

Individua la funzione del tempo che fornisce la velocità del punto materiale.

$$[(15 \text{ m/s})t^2 / (3t^2 + 2 \text{ s}^2)]$$

**Buon Lavoro!**