

Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 5S
VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 29.09.2022

COMPITO A

Esercizio A.1 Risolvi i seguenti esercizi

$$2^{2x+3} - 129 \cdot 2^x + 16 = 0; \quad 5 \cdot 4^x < 9 \cdot 7^x. \quad [4, -3; x > \log_{4/7} \frac{9}{5}]$$

Esercizio A.2 Risolvi i seguenti esercizi

$$\log_5(2x+7) - \log_5(x-4) = \log_5(14-x) - \log_5(x-8); \quad \frac{1}{4} \log_{\sqrt{3}} x > 3 + \log_{1/9} x. \\ [9; x > 27]$$

Esercizio A.3 Trova il valore della seguente espressione:

$$\frac{\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{5}{6}\pi\right) \sin\left(\frac{4}{3}\pi\right) (\cos^2 x - \sin^2 x)}. \quad [2]$$

Esercizio A.4 Risolvi i seguenti esercizi:

$$4 \sin x - 2\sqrt{3} \cos x = 5; \quad \left(3 - \sqrt{3}\right) \cos x \sin x - \left(\sqrt{3} + 3\right) \cos^2 x + 3 > 0. \\ [5\pi/6 + 2k\pi, \arccos(-3\sqrt{3}/14) + 2k\pi; \pi/6 + k\pi < x < 3\pi/4 + k\pi]$$

Esercizio A.5 Risolvi i triangoli qualunque di cui sono noti i seguenti elementi:

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{6}, a_1 = 2, c_1 = 2\sqrt{2}; \quad a_2 = 2\sqrt{3}, b_2 = 3\sqrt{2}, c_2 = \sqrt{3} + 3. \\ [\beta_1 = 7\pi/12, \gamma_1 = \pi/4, b_1 = \sqrt{2}(\sqrt{3}+1); \beta_1 = \pi/12, \gamma_1 = 3\pi/4, b_1 = \sqrt{2}(\sqrt{3}-1); \\ \alpha_2 = \pi/4, \beta_2 = \pi/3, \gamma_2 = 5\pi/12]$$

Esercizio A.6 Risolvi la seguente equazione a coefficienti complessi:

$$z^2 + (3i - 2)z - i - 5 = 0. \quad [-1-i; 3-2i]$$

Esercizio A.7 Un sacchetto contiene 70 tessere numerate da 1 a 70. Vinci se indovini i primi 6 numeri estratti, in qualunque ordine. Calcola tra quante giocate diverse ne puoi scegliere una. Ora immagina di dovere indovinare, invece, cinque numeri estratti su 42, ma nell'ordine corretto. Quante possibili giocate distinte ci sono? [131 115 985; 102 080 160]

Esercizio A.8 (Speciale) Risolvi la seguente equazione:

$$\log_7(1 + x^8) = \log_5(\cos^2 x). \quad [0]$$

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Risolvi i seguenti esercizi

$$3^{2x+2} - 244 \cdot 3^x + 27 = 0; \quad 7 \cdot 5^x > 19 \cdot 9^x. \quad [-2, 3; x < \log_{5/9} \frac{19}{7}]$$

Esercizio B.2 Risolvi i seguenti esercizi

$$\log_7(2x+9) - \log_7(x-13) = \log_7(27-x) - \log_7(x-19); \quad \log_8 x < \frac{8}{3} + \log_{1/2} x. \\ [20; 0 < x < 4]$$

Esercizio B.3 Trova il valore della seguente espressione:

$$\frac{\cos(2x + \frac{\pi}{4}) + \sin(2x - \frac{3}{4}\pi)}{\operatorname{tg}(\frac{9}{4}\pi) \cos(\frac{5}{4}\pi) \sin 2x}. \quad [2]$$

Esercizio B.4 Risolvi i seguenti esercizi:

$$4\sqrt{3} \sin x + 2 \cos x = 5; \quad (\sqrt{3} - 1) \cos x \sin x + (\sqrt{3} + 1) \cos^2 x < 1. \\ [2\pi/3 + 2k\pi, \arccos(23/26) + 2k\pi; \pi/3 + k\pi < x < 3\pi/4 + k\pi]$$

Esercizio B.5 Risolvi i triangoli qualunque di cui sono noti i seguenti elementi:

$$\gamma_1 = \frac{\pi}{4}, \quad c_1 = 2\sqrt{3}, \quad b_1 = 3\sqrt{2}; \quad a_2 = 2, \quad b_2 = \sqrt{2}, \quad c_2 = \sqrt{3} + 1. \\ [\alpha_1 = 5\pi/12, \beta_1 = \pi/3, a_1 = \sqrt{3}(\sqrt{3}+1); \alpha_1 = \pi/12, \beta_1 = 2\pi/3, a_1 = \sqrt{3}(\sqrt{3}-1); \\ \alpha_2 = \pi/4, \beta_2 = \pi/6, \gamma_2 = 7\pi/12]$$

Esercizio B.6 Risolvi la seguente equazione a coefficienti complessi:

$$z^2 + (3i - 3)z - 2i + 6 = 0. \quad [2-4i, 1+i]$$

Esercizio B.7 Per fare *cinquina* al gioco del Lotto occorre indovinare 5 numeri su un totale di 90, senza badare all'ordine in cui i numeri sono estratti. Calcola quante cinquine diverse è possibile giocare. Ora immagina di dovere indovinare, invece, sei numeri estratti su 50, ma nell'ordine corretto. Quante possibili giocate distinte ci sono? [43 949 268; 1,4441304 × 10¹⁰]

Esercizio B.8 (Speciale) Risolvi la seguente equazione:

$$\log_3(3 + \sin^4 x) = 4^{(2^{-x^2} - 1)}. \quad [0]$$

Buon Lavoro!