

Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 5F  
VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 15.04.2023

COMPITO A

**Esercizio A.1** La somma di due numeri  $a$  e  $b$  positivi fa 130. Trova i valori dei due numeri che rendono massima la quantità  $\sqrt[3]{a} \cdot b^4$ . [10, 120]

**Esercizio A.2** Un triangolo isoscele ha la base che misura  $8a$  e l'altezza di lunghezza  $12a$ . Inscrivi nel triangolo un rettangolo (con la base sulla base del triangolo) in modo che sia minima la quantità

$$f(x) = (\text{altezza})^2 + \frac{3}{4} (\text{base})^2. \quad [\text{base}=6a]$$

**Esercizio A.3** Risolvi i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{x^3 - x^3 \sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{x} - 2\sqrt[4]{x^3}}{x \sqrt[4]{x}} dx \quad \int \left( 2^x - \cos 2x + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx$$

[ $4x^2 \sqrt[4]{x^3}/11 - x^3/3 - 4\sqrt[3]{x} + \ln|x| + c$ ;  $2^x / \ln 2 - (\sin 2x)/2 - \text{ctg } x + c$ ]

**Esercizio A.4** Risolvi i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{\cos x}{\sin^6 x} dx; \quad \int \frac{8x - 4}{1 + 4x^2} dx; \quad \int x^2 \sin(2x) dx.$$

[ $-1/(5 \sin^5 x) + c$ ;  $\ln(4x^2 + 1) - 2 \arctg(2x) + c$ ;  $-(x^2/2) \cos 2x + (x/2) \sin 2x + (1/4) \cos 2x + c$ ]

**Esercizio A.5** Risolvi i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{4x^3 + 5x^2 - 17x + 16}{x^2 + 2x - 3} dx; \quad \int \frac{10}{4x^2 - 4x + 6} dx.$$

[ $2x^2 - 3x + \ln |(x-1)^2/(x+3)| + c$ ;  $\sqrt{5} \arctg((2x-1)/\sqrt{5}) + c$ ]

**Esercizio A.6 (Speciale)** Sono definite le funzioni iperboliche  $\sinh x \equiv (e^x - e^{-x})/2$  e  $\cosh x \equiv (e^x + e^{-x})/2$ . **Dimostra** (non “verifica”) che valgono le identità:

$$\sinh 2x = 2 \sinh x \cosh x \quad \text{e} \quad \cosh \frac{x}{2} = \sqrt{\frac{\cosh x + 1}{2}}.$$

**Buon Lavoro!**

Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 5F  
VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 15.04.2023

COMPITO B

**Esercizio B.1** La somma di due numeri  $c$  e  $d$  positivi fa 45. Trova i valori dei due numeri che rendono massima la quantità  $\sqrt[4]{c} \cdot d^2$ . [5, 40]

**Esercizio B.2** Un triangolo isoscele ha la base e l'altezza che misurano  $8d$ . Inscrivi nel triangolo un rettangolo (con la base sulla base del triangolo) in modo che sia minimo il quadrato della diagonale del rettangolo. [base=4d]

**Esercizio B.3** Risolvi i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{x^4 + x^2 \sqrt[3]{x} - 2\sqrt[3]{x} + 4\sqrt[3]{x^2}}{x \sqrt[3]{x}} dx \qquad \int \left( 4^x - \sin 3x + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx$$

$$[(3/11)x^3 \sqrt[3]{x} + x^2/2 + 12\sqrt[3]{x} - 2 \ln|x| + c; 4^x / \ln 4 + (1/3) \cos 3x + \operatorname{tg} x + c]$$

**Esercizio B.4** Risolvi i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{\operatorname{sen} x}{\cos^5 x} dx; \qquad \int \frac{36x + 3}{1 + 9x^2} dx; \qquad \int x^2 \cos(3x) dx.$$

$$[1/(4 \cos^4 x) + c; 2 \ln(9x^2 + 1) + \operatorname{arctg} 3x + c; (x^2/3) \operatorname{sen} 3x + (2/9)x \cos 3x - (2/27) \operatorname{sen} 3x + c]$$

**Esercizio B.5** Risolvi i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{54x^3 - 6x - 6}{9x^2 + 6x + 3} dx; \qquad \int \frac{x + 8}{x^2 + x - 6} dx.$$

$$[3x^2 - 4x + \sqrt{2} \operatorname{arctg}((3x+1)/\sqrt{2}) + c; \ln |(x-2)^2/(x+3)| + c]$$

**Esercizio B.6 (Speciale)** Sono definite le funzioni iperboliche  $\sinh x \equiv (e^x - e^{-x})/2$  e  $\cosh x \equiv (e^x + e^{-x})/2$ . **Dimostra** (non “verifica”) che valgono le identità:

$$\cosh 2x = 2 \cosh^2 x - 1 \qquad \text{e} \qquad \sinh \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{\cosh x - 1}{2}}.$$

**Buon Lavoro!**