Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 5F

VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 04.03.2023

COMPITO A

Esercizio A.1 Calcola il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-2^x}{x};\qquad \lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}x^2-x^2}{\operatorname{sen}x^6};\qquad \lim_{x\to 0^+}\frac{\operatorname{tg}x}{\ln x}.\qquad [1-\ln 2;\ -1/6;\ 0^-]$$

Esercizio A.2 Calcola il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0^+} x^6\,\log_3 x;\qquad \lim_{x\to+\infty} x^{1/x^4}.\qquad [0^-;\ 1]$$

Esercizio A.3 Determina i parametri incogniti della funzione

$$y=f(x)=\frac{x^2+ax+b}{x+c}$$

in modo tale che essa abbia come asintoto verticale la retta $x=9$ e che ammetta un estremo relativo di coordinate $(3;\ 1)$. $[y=(x^2-5x)/(x-9)]$

Esercizio A.4 Il triangolo ABC è inscritto in una semicirconferenza di diametro $\overline{AB}=2r$. Indica con H la proiezione di C sul diametro. Determina la lunghezza del segmento AH in modo che sia massimo il prodotto dell'altezza CH con il quadrato del cateto AC. $[3r/2]$

Esercizio A.5 In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale considera la parabola di equazione $y=-x^2+6x$ e il fascio proprio di rette passante per l'origine $y=mx$. La parabola e una retta del fascio si intersecano nell'origine e in un ulteriore punto P posto nel primo quadrante. Indica con Q la proiezione di P sull'asse delle ascisse e determina il valore di m in modo che sia massima l'area del triangolo OPQ. $[m=2]$

Esercizio A.6 Studia e disegna il grafico della seguente funzione:

$$y=f(x)=x^4\,e^{x+2}.$$

Esercizio A.7 (Speciale) Considera una funzione $y=f(x)$ derivabile almeno due volte in un intorno $I(x_0)$ del punto $x=x_0$. Si sa che $f'(x_0)=0$ e che, $\forall x\in I(x_0)$, $f''(x)>0$. Usando il corollario del teorema di Lagrange, dimostra che in $x=x_0$ la funzione $y=f(x)$ ha un minimo relativo.

Buon Lavoro!

Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 5F

VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 04.03.2023

COMPITO B

Esercizio B.1 Calcola il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0}\frac{5^x-e^x}{x}; \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}x^4-x^4}{1-\cos x^6}; \qquad \lim_{x\to 0^+}\frac{\ln x}{\operatorname{sen}x}. \qquad [\ln 5-1;\ -1/3;\ -\infty]$$

Esercizio B.2 Calcola il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0^+} x^7\,\log_4 x; \qquad \lim_{x\to +\infty} x^{1/x^3}. \qquad [0^-;\ 1]$$

Esercizio B.3 Determina i parametri incogniti della funzione

$$y=f(x)=\frac{x^2+ax+b}{x+c}$$

in modo tale che essa abbia come asintoto verticale la retta $x=4$ e che ammetta un estremo relativo di coordinate $(2;\ 1)$. $[y=(x^2-3x)/(x-4)]$

Esercizio B.4 Il triangolo ABC è inscritto in una semicirconferenza di diametro $\overline{AB}=2r$. Indica con H la proiezione di C sul diametro. Determina la lunghezza del segmento BH in modo che sia massimo il prodotto del cateto BC con il quadrato dell'altezza CH. $[6r/5]$

Esercizio B.5 In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale considera la parabola di equazione $y=-x^2+8x$ e il fascio proprio di rette passante per l'origine $y=mx$. La parabola e una retta del fascio si intersecano nell'origine e in un ulteriore punto A posto nel primo quadrante. Indica con B la proiezione di A sull'asse delle ascisse e determina il valore di m in modo che sia massima l'area del triangolo OAB. $[m=8/3]$

Esercizio B.6 Studia e disegna il grafico della seguente funzione:

$$y=f(x)=x^4\,e^{x-1}.$$

Esercizio B.7 (Speciale) Considera una funzione $y=f(x)$ derivabile almeno due volte in un intorno $I(x_0)$ del punto $x=x_0$. Si sa che $f'(x_0)=0$ e che, $\forall x\in I(x_0)$, $f''(x)<0$. Usando il corollario del teorema di Lagrange, dimostra che in $x=x_0$ la funzione $y=f(x)$ ha un massimo relativo.

Buon Lavoro!