Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 5S

VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 31.05.2014

COMPITO A

Esercizio A.1 Calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^4}{\ln x}\,; \qquad \lim_{x\to 0} \frac{6\,e^x - 6\,\cos x - x^3 - 6\,x^2 - 6\,x}{x^5}\,. \qquad [+\infty;\ 1/10]$$

Esercizio A.2 Calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 1} \frac{\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4}x\right) - 1}{\cos\left(\frac{\pi}{4}x\right) + \frac{\sqrt{2}}{2}}\,, \qquad \lim_{x\to 0^+} (1 + \mathrm{sen}\,x)^{1/x^2}\,. \qquad [0;\ +\infty]$$

Esercizio A.3 Studia il grafico della funzione

$$y = f(x) = 72\,\frac{x-4}{(x-2)^2}\,.$$

Indica rispettivamente con r e con s le due rette verticali che passano per l'estremo relativo e per il punto di flesso trovati, e calcola l'area del trapezoide compreso tra tali rette, l'asse delle ascisse e il grafico della funzione.

[72 ln(3/2)−12]

Esercizio A.4 Calcola i seguenti integrali:

$$\int \cos(2x)\,e^x\,dx\,; \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x}\,\frac{4}{\left(\mathrm{tg}^2\,x - 2\,\mathrm{tg}\,x - 3\right)}\,dx\,.$$

[e^x [2 sen(2 x)+cos(2 x)]/5+c; ln|(tg x+1)/(tg x−3)|+c]

Esercizio A.5 Dato il parametro reale positivo a, calcola l'integrale definito

$$S(a) = \int_{a^3}^{+\infty} e^{-x/a^2}\,dx$$

e determina per quale valore di a la grandezza $S(a)$ assume il valore massimo.

[$a^2\,e^{-a}$, a=2]

Esercizio A.6 (Speciale) È data una funzione $f(x)$ definita e continua in un opportuno intorno di $x = a$. Considera l'ulteriore funzione

$$F(x) \equiv \int_a^{x^2+x} f(t)\,dt$$

e calcola, utilizzando la definizione, la funzione derivata di $F(x)$.

[$(2x+1)\,f(x^2+x)$]

Buon Lavoro!

Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 5S
VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 31.05.2014

COMPITO B

Esercizio B.1 Calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^5}{\ln x}\,; \qquad \lim_{x\to 0}\frac{6\,e^x-6\,\cos x+6\,\mathrm{sen}\,x-6\,x^2-12\,x}{x^5}\,. \qquad [+\infty;\ 1/10]$$

Esercizio B.2 Calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 1}\frac{\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{3}x\right)+\sqrt{3}}{2\ \mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{3}x\right)-\sqrt{3}}\,, \qquad \lim_{x\to 0}(\cos x)^{1/\,\mathrm{sen}\,x}\,. \qquad [\infty;\ 1]$$

Esercizio B.3 Studia il grafico della funzione

$$y=f(x)=108\,\frac{x-1}{(x+2)^2}\,.$$

Indica rispettivamente con r e con s le due rette verticali che passano per l'estremo relativo e per il punto di flesso trovati, e calcola l'area del trapezoide compreso tra tali rette, l'asse delle ascisse e il grafico della funzione.

[108 ln(3/2)−18]

Esercizio B.4 Calcola i seguenti integrali:

$$\int \mathrm{sen}\,x\ e^{2x}\,dx\,; \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x}\,\frac{3}{\left(\mathrm{tg}^2\,x+\mathrm{tg}\,x-2\right)}\,dx\,.$$

[e^{2x} (2 $\sin x-\cos x)/5+c$; $\ln|(\mathrm{tg}\,x-1)/(\mathrm{tg}\,x+2)|+c$]

Esercizio B.5 Dato il parametro reale positivo b, calcola l'integrale definito

$$A(b)=\int_{b^4}^{+\infty}e^{-x/b^3}\,dx$$

e determina per quale valore di b la grandezza $A(b)$ assume il valore massimo.

[$b^3\ e^{-b}$, b=3]

Esercizio B.6 (Speciale) È data una funzione $f(x)$ definita e continua in un opportuno intorno di $x=a$. Considera l'ulteriore funzione

$$F(x)\equiv\int_a^{x^2-2x}f(t)\,dt$$

e calcola, utilizzando la definizione, la funzione derivata di $F(x)$.

[$(2x-2)\,f(x^2-2x)$]

Buon Lavoro!