

COMPITO A

Esercizio A.1 Calcola i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{12\sqrt{x^7} - 4\sqrt{x^5} + 8\sqrt{x^3} + 4\sqrt{x} + 1}{2x\sqrt{x}} dx, \quad \int \frac{2x + 7}{4x^2 - 2x - 6} dx.$$
$$\left[2 \ln |x| + 2x^3 - x^2 + 4x - \frac{1}{\sqrt{x}} + c; \ln \left| \frac{2x-3}{\sqrt{x+1}} \right| + c \right]$$

Esercizio A.2 Calcola i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{2x^3 + 9x^2 + 10x - 29}{x^2 + 6x + 13} dx; \quad \int \frac{1}{x \sqrt{1 - \ln^2 x}} dx.$$
$$\left[\ln(x^2 + 6x + 13) + 2 \operatorname{arctg}\left(\frac{x+3}{2}\right) + x^2 - 3x + c; \operatorname{arcsen}(\ln x) + c \right]$$

Esercizio A.3 Calcola i seguenti integrali indefiniti:

$$\int x^2 \operatorname{sen} 6x dx; \quad \int x^2 \sqrt[5]{x^3 + 1} dx.$$
$$\left[(6x \operatorname{sen}(6x) + (1 - 18x^2) \cos(6x)) / 108 + c; (5/18)(x^3 + 1) \sqrt[5]{x^3 + 1} + c \right]$$

Esercizio A.4 Calcola i seguenti integrali definiti:

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2 x dx \quad \int_0^{\pi/2} \cos x e^{\operatorname{sen} x} dx. \quad [\pi/2; e-1]$$

Esercizio A.5 La funzione $y = f(x) = (x^6 - 12x^4 - 27x^2)/54$ ammette due punti di minimo relativo. Il segmento che unisce tali punti e il grafico della curva definiscono una regione finita di piano.

Calcola l'area di tale regione.

[1224/35]

Esercizio A.6 (Speciale) Il campo elettrico generato nel vuoto da un "filo" di carica (positiva) è perpendicolare al filo e ha modulo dato (con l'usuale significato dei simboli) dalla formula

$$E(r) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}.$$

Considera una carica positiva Q che si trova inizialmente a distanza r dal "filo" e che poi è portata nella condizione di riferimento (energia potenziale nulla) a distanza R da esso, in direzione parallela a \vec{E} . Calcola il valore dell'energia potenziale del sistema di cariche quando si trova nella situazione iniziale descritta.

$\left[\frac{Q\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln(R/r) \right]$

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Calcola i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{8x^5 - 3x^2\sqrt{x} + 2x^2 - 2x + 2}{2x^2} dx; \quad \int \frac{4x + 1}{2x^2 + 10x + 17} dx$$

$[+x^4 - x^{\frac{3}{2}} + x - \frac{1}{x} - \ln|x| + c; \ln(2x^2 + 10x + 17) - 3 \operatorname{arctg}(\frac{2x+5}{3}) + c]$

Esercizio B.2 Calcola i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{12x^3 - 2x^2 - 11x + 5}{6x^2 - 4x - 2} dx; \quad \int \frac{e^x}{\cos^2(e^x)} dx.$$

$[\ln|\frac{\sqrt{x-1}}{3x+1}| + x^2 + x + c; \operatorname{tg}(e^x) + c]$

Esercizio B.3 Calcola i seguenti integrali indefiniti:

$$\int x^2 \cos 4x dx; \quad \int x^3 \sqrt[4]{x^4 + 5} dx.$$

$[((8x^2 - 1) \operatorname{sen}(4x) + 4x \cos(4x))/32 + c; (x^4 + 5) \sqrt[4]{x^4 + 5}/5 + c]$

Esercizio B.4 Calcola i seguenti integrali definiti:

$$\int_0^\pi \operatorname{sen}^2 x dx \quad \int_1^9 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx.$$

$[\pi/2; 2e(e^2 - 1)]$

Esercizio B.5 La funzione $y = f(x) = (-x^6 + 3x^4 + 24x^2)/10$ ammette due punti di massimo relativo. Il segmento che unisce tali punti e il grafico della curva definiscono una regione finita di piano.

Calcola l'area di tale regione.

$[3328/175]$

Esercizio B.6 (Speciale) Un dipolo elettrico è formato da due cariche puntiformi Q e $-Q$ ($Q > 0$) poste a distanza l tra loro. Sulla retta che congiunge le cariche, dalla parte della carica positiva e nel vuoto, il campo elettrico del dipolo giace su tale retta e può essere descritto dalla formula:

$$E(r) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{lQ}{r^3},$$

dove r è misurato dal centro del dipolo. Considera una carica positiva q che si trova inizialmente a distanza R dal dipolo e che poi è portata a distanza infinita da esso, in direzione parallela a \vec{E} . Calcola il valore dell'energia potenziale del sistema di cariche quando si trova nella situazione iniziale descritta.

$[\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{lQq}{r^2}]$

Buon Lavoro!