

COMPITO A

Esercizio A.1 Determina i parametri incogniti b e c in modo tale che la funzione

$$y = \begin{cases} x^3 - 2x^2 + 4x - 5 & x \leq 2 \\ -x^2 + bx + c & x > 2 \end{cases} \quad [b=12, c=-17]$$

sia continua e derivabile in $x = 2$. La funzione così determinata ammette derivata seconda in tale punto?

Esercizio A.2 Studia le proprietà della funzione

$$y = f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - 20x - 24}{x^2 + 12}$$

e disegnano il grafico, dopo avere verificato che la funzione si annulla per $x = 6$.

Esercizio A.3 Calcola il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x + x^4}{x^3 + \sin x^2 + 3x^2}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 5^x. \quad [3/8; 0^+]$$

Esercizio A.4 Calcola il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log_4 x}{\sin x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/\sin^2 x}. \quad [-\infty; 1/\sqrt{e}]$$

Esercizio A.5 La somma delle lunghezze degli spigoli di un parallelepipedo rettangolo vale $6D$ e uno degli spigoli è il triplo di uno degli altri.

Determina il volume massimo di tale solido. [$6D^3$]

Esercizio A.6 Un punto C appartiene a una semicirconferenza di diametro AB , lungo $2r$, e D è la proiezione di C su AB . Determina C in modo che sia massima la quantità $\sqrt{3} \overline{CD} - \overline{AD}$.

[$\hat{B}AC = \pi/3$]

Esercizio A.7 (Speciale) Senza calcolare esplicitamente tutte le derivate intermedie, scrivi la funzione derivata quattordicesima della funzione $y = \cos 2x$.

[$-2^{14} \cos 2x$]

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Determina i parametri incogniti b e c in modo tale che la funzione

$$y = \begin{cases} x^3 - 4x^2 - 3x + 4 & x \leq 1 \\ x^2 + bx + c & x > 1 \end{cases} \quad [b=-10, c=7]$$

sia continua e derivabile in $x = 1$. La funzione così determinata ammette derivata seconda in tale punto?

Esercizio B.2 Studia le proprietà della funzione

$$y = f(x) = \frac{x^3 - x^2 - 5x - 3}{x^2 + 3}$$

e disegnanne il grafico, dopo avere verificato che la funzione si annulla per $x = 3$.

Esercizio B.3 Calcola il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 + 1 - \cos x - x^3}{\sin^2 x + e^{x^2} - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 2^x. \quad [9/4; 0^-]$$

Esercizio B.4 Calcola il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos x}{\log_3 x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin x)^{1/(e^x - 1)}. \quad [0^-; 1/e]$$

Esercizio B.5 La somma delle lunghezze degli spigoli di un parallelepipedo rettangolo vale $9L$ e uno degli spigoli è il doppio di uno degli altri.

Determina il volume massimo di tale solido. [24 L^3]

Esercizio B.6 Un punto P appartiene a una semicirconferenza di diametro AB , lungo $2r$, e Q è la proiezione di P su AB . Determina P in modo che sia massima la quantità $\sqrt{3} \overline{PQ} + \overline{AQ}$.

[$B\hat{A}P = \pi/6$]

Esercizio B.7 (Speciale) Senza calcolare esplicitamente tutte le derivate intermedie, scrivi la funzione derivata decima della funzione $y = \sin 3x$. [$-3^{10} \sin 3x$]

Buon Lavoro!