

COMPITO A

**Esercizio A.1** Risolvi i seguenti integrali indefiniti

$$\int \left( \cos 5x + \sin 2x - 3^x + \frac{1}{\sqrt{1-16x^2}} \right) dx, \quad \int \frac{3x^2\sqrt{x} + 6x^2 + 4x^2\sqrt[3]{x^2} - 2 - 6x^3}{6x^3} dx.$$

[(sen(5x))/5 - (cos(2x))/2 - 3^x / ln 3 + (arcsen(4x))/4 + c;  $\sqrt{x} + \ln|x| + \sqrt[3]{x^2} + 1/(6x^2) - x + c$ ]

**Esercizio A.2** Risolvi i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{6}{4x^2 + 4x + 10} dx, \quad \int \frac{12x^4 + 26x^3 - 84x^2 + 19x + 1}{2x^2 + 5x - 12} dx, \quad \int \frac{1}{(1+x^2) \arctg x} dx.$$

[arctg((2x+1)/3) + c,  $2x^3 - x^2 - x + \ln|(x+4)/(2x-3)| + c$ ;  $\ln|\arctg x| + c$ ]

**Esercizio A.3** Risolvi i seguenti integrali indefiniti:

$$\int x^6 \ln x dx, \quad \int x^2 \sqrt[4]{(x^3 - 7)^3} dx, \quad \int \frac{1}{x \cos^2(\ln x)} dx.$$

[(7x^7 ln x - x^7)/49 + c; (4/21)(x^3 - 7)  $\sqrt[4]{(x^3 - 7)^3} + c$ ;  $\text{tg}(\ln x) + c$ ]

**Esercizio A.4** Determina il valore medio della funzione  $y = \cos^2 x$  nell'intervallo  $[-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}]$ .  
 [1/2]

**Esercizio A.5** Studia il grafico della funzione

$$y = f(x) = \frac{x^3}{4} - 3x^2 + 9x.$$

Poi interseca tale curva con la parabola  $y = x^2/4$ . Le due curve delimitano due regioni finite di piano, di cui una ha l'origine degli assi sul contorno. Determina l'area di tale parte di piano.  
 [56/3]

**Esercizio A.6 (Speciale)** Nell'origine di un sistema di assi coordinati è posta una carica puntiforme positiva  $Q$ . Sul semiasse positivo delle ascisse è posto un "filo" di carica positiva, infinitamente sottile e lungo  $D$ . L'estremo del "filo" di carica più vicino a  $Q$  è posto nel punto di ascissa  $x = D/3$ . Nel "filo" la carica è disposta in modo uniforme con densità lineare di carica pari a  $\lambda$ . **a)** Considera un tratto di filo di lunghezza infinitesima  $dx$ , posto a distanza  $x$  dall'origine; quanto vale la carica infinitesima  $dq$  contenuta in esso? **b)** Calcola l'energia potenziale infinitesima  $dU$  relativa al sistema formato da  $dq$  e da  $Q$  (utilizza la convenzione usuale sullo zero dell'energia potenziale). **c)** Determina l'energia potenziale complessiva relativo al sistema formato da  $Q$  e dal "filo" di carica.

$$[dq = \lambda dx; dU = k\lambda Q/x dx; U = k\lambda Q \ln 4]$$

**Buon Lavoro!**

COMPITO B

**Esercizio B.1** Risolvi i seguenti integrali indefiniti

$$\int \left( \sin 3x - \cos 4x + 2^x - \frac{1}{\sqrt{1-25x^2}} \right) dx, \quad \int \frac{2x^3 \sqrt[3]{x} - 6x^3 - 3x^2 \sqrt{x} + 36 + 6x^4}{6x^4} dx.$$

$$[-(\cos(3x))/3 - (\sin(4x))/4 + 2^x / \ln 2 - (\arcsen(5x))/5 + c; \sqrt[3]{x} + 1/\sqrt{x} - 2/x^3 + x - \ln|x| + c]$$

**Esercizio B.2** Risolvi i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{7}{2x^2 + 5x - 3} dx, \quad \int \frac{27x^4 + 18x^3 - 36x^2 + 38x - 9}{9x^2 - 6x + 5} dx, \quad \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2} \arcsen x} dx.$$

$$[\ln |(2x-1)/(x+3)| + c, x^3 + 2x^2 - 3x + \arctg((3x-1)/2) + c; \ln |\arcsen x| + c]$$

**Esercizio B.3** Risolvi i seguenti integrali indefiniti:

$$\int x^5 \ln x dx, \quad \int x^3 \sqrt[5]{(x^4 + 3)^2} dx, \quad \int \frac{e^x}{\cos^2(e^x)} dx.$$

$$[x^6(6 \log x - 1)/36 + c; (5/28)(x^4 + 3) \sqrt[5]{(x^4 + 3)^2} + c; \operatorname{tg}(e^x) + c]$$

**Esercizio B.4** Determina il valore medio della funzione  $y = \sin^2 x$  nell'intervallo  $[0, \pi]$ .

[1/2]

**Esercizio B.5** Studia il grafico della funzione

$$y = f(x) = \frac{x^3}{8} - \frac{9}{4}x^2 + \frac{15}{2}x.$$

Poi interseca tale curva con la parabola  $y = x^2/4 - 3x$ . Le due curve delimitano due regioni finite di piano, di cui una ha l'origine degli assi sul contorno. Determina l'area di tale parte di piano.

[99/2]

**Esercizio B.6 (Speciale)** Nell'origine di un sistema di assi coordinati è posta una carica puntiforme positiva  $Q$ . Sul semiasse positivo delle ascisse è posto un "filo" di carica positiva, infinitamente sottile e lungo  $L$ . L'estremo del "filo" di carica più vicino a  $Q$  è posto nel punto di ascissa  $x = L/2$ . Nel "filo" la carica è disposta in modo uniforme con densità lineare di carica pari a  $\lambda$ . **a)** Considera un tratto di filo di lunghezza infinitesima  $dx$ , posto a distanza  $x$  dall'origine; quanto vale la carica infinitesima  $dq$  contenuta in esso? **b)** Calcola il modulo infinitesimo della forza che la carica  $Q$  esercita su tale carica infinitesima. **c)** Determina il modulo della forza totale che la carica  $Q$  esercita sul "filo" di carica.

$$[dq = \lambda dx; dF = k\lambda Q/x^2 dx; F = (4/3)k\lambda Q/L]$$

**Buon Lavoro!**