

COMPITO A

Esercizio A.1 Risolvi i seguenti integrali indefiniti

$$\int \left(\cos 5x + \sin 2x - 3^x + \frac{1}{\sqrt{1-16x^2}} \right) dx, \quad \int \frac{3x^2\sqrt{x} + 6x^2 + 4x^2\sqrt[3]{x^2} - 2 - 6x^3}{6x^3} dx.$$

[(sen(5x))/5-(cos(2x))/2-3^x/ln 3+(arcsen(4x))/4+c; $\sqrt{x}+\ln|x|+\sqrt[3]{x^2}+1/(6x^2)-x+c$]

Esercizio A.2 Risolvi i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{6}{4x^2 + 4x + 10} dx, \quad \int \frac{12x^4 + 26x^3 - 84x^2 + 19x + 1}{2x^2 + 5x - 12} dx, \quad \int \frac{1}{(1+x^2) \arctg x} dx.$$

[arctg((2x+1)/3)+c, 2x³-x²-x+ln|(x+4)/(2x-3)|+c; ln|arctg x|+c]

Esercizio A.3 Risolvi i seguenti integrali indefiniti:

$$\int x^6 \ln x dx, \quad \int x^2 \sqrt[4]{(x^3 - 7)^3} dx, \quad \int \frac{1}{x \cos^2(\ln x)} dx.$$

[(7x⁷ ln x - x⁷)/49+c; (4/21)(x³-7) $\sqrt[4]{(x^3-7)^3}$ +c; tg(ln x)+c]

Esercizio A.4 Determina il valore medio della funzione $y = \cos^2 x$ nell'intervallo $[-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}]$.
 [1/2]

Esercizio A.5 Studia il grafico della funzione

$$y = f(x) = \frac{x^3}{4} - 3x^2 + 9x.$$

Poi interseca tale curva con la parabola $y = x^2/4$. Le due curve delimitano due regioni finite di piano, di cui una ha l'origine degli assi sul contorno. Determina l'area di tale parte di piano.
 [56/3]

Esercizio A.6 (Speciale) Nell'origine di un sistema di assi coordinati è posta una carica puntiforme positiva Q . Sul semiasse positivo delle ascisse è posto un "filo" di carica positiva, infinitamente sottile e lungo D . L'estremo del "filo" di carica più vicino a Q è posto nel punto di ascissa $x = D/3$. Nel "filo" la carica è disposta in modo uniforme con densità lineare di carica pari a λ . **a)** Considera un tratto di filo di lunghezza infinitesima dx , posto a distanza x dall'origine; quanto vale la carica infinitesima dq contenuta in esso? **b)** Calcola l'energia potenziale infinitesima dU relativa al sistema formato da dq e da Q (utilizza la convenzione usuale sullo zero dell'energia potenziale). **c)** Determina l'energia potenziale complessiva relativo al sistema formato da Q e dal "filo" di carica.

[dq=λ dx; dU=kλQ/x dx; U=kλQ ln 4]

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Risolvi i seguenti integrali indefiniti

$$\int \left(\sin 3x - \cos 4x + 2^x - \frac{1}{\sqrt{1-25x^2}} \right) dx, \quad \int \frac{2x^3 \sqrt[3]{x} - 6x^3 - 3x^2 \sqrt{x} + 36 + 6x^4}{6x^4} dx.$$

$$[-(\cos(3x))/3 - (\sin(4x))/4 + 2^x / \ln 2 - (\arcsen(5x))/5 + c; \sqrt[3]{x} + 1/\sqrt{x} - 2/x^3 + x - \ln|x| + c]$$

Esercizio B.2 Risolvi i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{7}{2x^2 + 5x - 3} dx, \quad \int \frac{27x^4 + 18x^3 - 36x^2 + 38x - 9}{9x^2 - 6x + 5} dx, \quad \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2} \arcsen x} dx.$$

$$[\ln |(2x-1)/(x+3)| + c, x^3 + 2x^2 - 3x + \arctg((3x-1)/2) + c; \ln |\arcsen x| + c]$$

Esercizio B.3 Risolvi i seguenti integrali indefiniti:

$$\int x^5 \ln x dx, \quad \int x^3 \sqrt[5]{(x^4 + 3)^2} dx, \quad \int \frac{e^x}{\cos^2(e^x)} dx.$$

$$[x^6(6 \log x - 1)/36 + c; (5/28)(x^4 + 3) \sqrt[5]{(x^4 + 3)^2} + c; \tg(e^x) + c]$$

Esercizio B.4 Determina il valore medio della funzione $y = \sin^2 x$ nell'intervallo $[0, \pi]$.

[1/2]

Esercizio B.5 Studia il grafico della funzione

$$y = f(x) = \frac{x^3}{8} - \frac{9}{4}x^2 + \frac{15}{2}x.$$

Poi interseca tale curva con la parabola $y = x^2/4 - 3x$. Le due curve delimitano due regioni finite di piano, di cui una ha l'origine degli assi sul contorno. Determina l'area di tale parte di piano.

[99/2]

Esercizio B.6 (Speciale) Nell'origine di un sistema di assi coordinati è posta una carica puntiforme positiva Q . Sul semiasse positivo delle ascisse è posto un "filo" di carica positiva, infinitamente sottile e lungo L . L'estremo del "filo" di carica più vicino a Q è posto nel punto di ascissa $x = L/2$. Nel "filo" la carica è disposta in modo uniforme con densità lineare di carica pari a λ . **a)** Considera un tratto di filo di lunghezza infinitesima dx , posto a distanza x dall'origine; quanto vale la carica infinitesima dq contenuta in esso? **b)** Calcola il modulo infinitesimo della forza che la carica Q esercita su tale carica infinitesima. **c)** Determina il modulo della forza totale che la carica Q esercita sul "filo" di carica.

$$[dq = \lambda dx; dF = k\lambda Q/x^2 dx; F = (4/3)k\lambda Q/L]$$

Buon Lavoro!