

COMPITO A

Esercizio A.1 Studia le proprietà della seguente funzione e disegna il grafico:

$$y = f(x) = 36 \frac{x - 2}{(x - 1)^2}.$$

Esercizio A.2 Date le parabole $\gamma_1 : y = x^2 - 4x$ e $\gamma_2 : y = -x^2 + 8x$, indica con P la loro intersezione diversa dall'origine. Nella parte di piano compresa tra le due parabole traccia una retta r parallela all'asse y che interseca γ_1 nel punto R e γ_2 nel punto S .

Determina r in modo che sia massima l'area del triangolo PRS . [$x=2$]

Esercizio A.3 Determina il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - x - 1}{x + 3^x - 4}; \quad \lim_{x \rightarrow \pi} (\sin x)^{(\pi-x)}. \quad [-3/(4(1+3 \ln 3)); 1]$$

Esercizio A.4 Determina il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos x - 2 + x^2}{x^2 + \sin^2 x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{x}. \quad [0; \infty]$$

Esercizio A.5 Determina i parametri incogniti della funzione $y = f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ sapendo che la funzione: 1) passa per il punto $A(-1; -14)$; 2) ha un estremo relativo di ascissa $x = 5$; 3) ha un flesso di ascissa $x = 3$.

$$[y = x^3 - 9x^2 + 15x + 11]$$

Esercizio A.6 (Speciale) È data una funzione $f(x)$ che, in un opportuno intorno $I(x_0)$ di $x = x_0$ è definita, continua e derivabile almeno quattro volte. Di essa si sa che valgono le relazioni:

$$f'(x_0) = 0 \wedge f''(x_0) = 0 \wedge f'''(x_0) = 0 \wedge f^{(4)}(x_0) < 0.$$

Stabilisci se, per la funzione $f(x)$, il punto di ascissa x_0 è un estremo relativo o un flesso e, nel primo caso, determina se si tratta di un massimo o di un minimo.

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Studia le proprietà della seguente funzione e disegna il grafico:

$$y = f(x) = 72 \frac{x-1}{(x-3)^2}.$$

Esercizio B.2 Date le parabole $\gamma_1 : y = x^2 - 8x$ e $\gamma_2 : y = -x^2 + 10x$, indica con A la loro intersezione diversa dall'origine. Nella parte di piano compresa tra le due parabole traccia una retta r parallela all'asse y che interseca γ_1 nel punto B e γ_2 nel punto C .

Determina r in modo che sia massima l'area del triangolo ABC . [$x=3$]

Esercizio B.3 Determina il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\log_2 x - x + 1}{\sqrt{2x} - 2}; \quad \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\cos x)^{(\pi-2x)}. \quad [\log_2 e - 2; 1]$$

Esercizio B.4 Determina il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x - x^2}{x^2 - \sin^2 x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{\sin x}. \quad [-\infty; \infty]$$

Esercizio B.5 Determina i parametri incogniti della funzione $y = f(x) = -x^3 + bx^2 + cx + d$ sapendo che la funzione: 1) passa per il punto $P(3; -12)$; 2) ha un estremo relativo di ascissa $x = -3$; 3) ha un flesso di ascissa $x = -1$.

$$[y = -x^3 - 3x^2 + 9x + 15]$$

Esercizio B.6 (Speciale) È data una funzione $f(x)$ che, in un opportuno intorno $I(x_0)$ di $x = x_0$ è definita, continua e derivabile almeno quattro volte. Di essa si sa che valgono le relazioni:

$$f'(x_0) = 0 \wedge f''(x_0) = 0 \wedge f'''(x_0) = 0 \wedge f^{(4)}(x_0) > 0.$$

Stabilisci se, per la funzione $f(x)$, il punto di ascissa x_0 è un estremo relativo o un flesso e, nel primo caso, determina se si tratta di un massimo o di un minimo.

Buon Lavoro!