Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 5S

VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 29.03.2011

COMPITO A

Esercizio A.1 Disegna il grafico della seguente funzione:

$$y = f(x) = \frac{x^2 - 4x + 1}{x^2 - 4x + 7}\,.$$

[minimo in $(2;\ -1)$; flessi in $(1;\ -1/2)$ e $(3;\ -1/2)$]

Esercizio A.2 Determina i coefficienti incogniti della funzione

$$y = f(x) = \frac{ax^2 + bx - 3}{x^2 + cx + d}$$

in modo che essa:

a) abbia l'asse x come asintoto orizzontale;

b) intersechi l'asse x nel punto di ascissa $x = 3$;

c) abbia $x = -2$ come asintoto verticale;

d) abbia un estremo relativo di ascissa $x = 8$.

[$y = (x-3)/(x+2)^2$]

Esercizio A.3 C è un punto della semicirconferenza di diametro $\overline{AB} = 2r$ e H è la proiezione di C sul diametro. Determina il valore del segmento AH in modo che sia massima la funzione $y = f(x) = \overline{AC} \cdot \overline{HB}$. [$2r/3$]

Esercizio A.4 Sono date le parabole $\mathcal{P}_1 :\ y = -2x^2 + 20x - 46$ e $\mathcal{P}_2 :\ y = x^2 + 2x - 1$. Una retta r, parallela all'asse x, interseca $\mathcal{P}_1$ nei punti A e B (con $x_B > x_A$) e interseca $\mathcal{P}_2$ nei punti C e D (con $x_D > x_C$).

Determina l'equazione di r in modo che sia massima la somma delle lunghezze $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$. [$y = 2$]

Esercizio A.5 Determina il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0} \frac{x \ln(1+x)}{\operatorname{sen} x - x}\,, \qquad \lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(\sin x)}{x}\,, \qquad \lim_{x\to 0^+} (e^x - 1)^x\,.$$

[$\infty; \infty;\ 1$]

Esercizio A.6 (Speciale) La funzione inversa di $y = \operatorname{senh} x$ si indica con la notazione $y = \operatorname{settsenh} x$.

Utilizzando il teorema della derivata della funzione inversa calcola la derivata della funzione $y = \operatorname{settsenh} x$. [$1/\sqrt{x^2+1}$]

Buon Lavoro!

Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 5S

VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 29.03.2011

COMPITO B

Esercizio B.1 Disegna il grafico della seguente funzione:

$$y = f(x) = \frac{2 - 2x - x^2}{x^2 + 2x + 4}\,.$$

[massimo in $(-1;\ 1)$; flessi in $(-2;\ 1/2)$ e $(0;\ 1/2)$]

Esercizio B.2 Determina i coefficienti incogniti della funzione

$$y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + 2}{x^2 + cx + d}$$

in modo che essa:

a) abbia l'asse x come asintoto orizzontale;

b) intersechi l'asse x nel punto di ascissa $x = -2$;

c) abbia $x = 3$ come asintoto verticale;

d) abbia un estremo relativo di ascissa $x = -7$.

[$y = (x+2)/(x-3)^2$]

Esercizio B.3 Nel triangolo rettangolo ABC, il punto D è la proiezione del vertice A sull'ipotenusa $\overline{BC} = l$. Determina il segmento $\overline{BD}$ in modo che sia massima la funzione $y = f(x) = \overline{AD} \cdot \overline{BD}$. [$3l/4$]

Esercizio B.4 Sono date le parabole $\mathcal{P}_1 :\ y = 3x^2 + 12x + 6$ e $\mathcal{P}_2 :\ y = -x^2 + 6x - 5$. Una retta r, parallela all'asse x, interseca $\mathcal{P}_1$ nei punti M e N (con $x_N > x_M$) e interseca $\mathcal{P}_2$ nei punti P e Q (con $x_Q > x_P$).

Determina l'equazione di r in modo che sia massimo il prodotto delle lunghezze $\overline{MN}$ e $\overline{PQ}$. [$y = -1$]

Esercizio B.5 Determina il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen} x(e^x - 1)}{2 - 2\cos x - x^2}\,, \qquad \lim_{x\to 0} \frac{\ln(e^x - 1)}{x}\,, \qquad \lim_{x\to 0^+} (\operatorname{sen} x)^x\,.$$

[$\infty;\ \infty\ \ 1$]

Esercizio B.6 (Speciale) La funzione inversa di $y = \cosh x$ si indica con la notazione $y = \operatorname{settcosh} x$.

Utilizzando il teorema della derivata della funzione inversa calcola la derivata della funzione $y = \operatorname{settcosh} x$. [$1/\sqrt{x^2 - 1}$]

Buon Lavoro!