

COMPITO A

Esercizio A.1 Studia il grafico della seguente funzione:

$$y = f(x) = \frac{x^3 - 2x}{x^2 - 3}.$$

Esercizio A.2 Tra tutti i rettangoli che hanno area S determina quello che ha la diagonale minima.

Esercizio A.3 In un piano cartesiano siano date le funzioni

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 4x - 1 \quad \text{e} \quad g(x) = x^2 - 4x + 8.$$

Determinare due punti, aventi la stessa ascissa e appartenenti alle due funzioni, in modo che le rette tangenti alle due curve in tali punti siano parallele tra loro.

Esercizio A.4 Determina i coefficienti incogniti della funzione

$$y = -x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$$

in modo che essa si annulli in $x = 2$, abbia estremi relativi in $x = 0$ e $x = 4$ e un flesso in $x = (6 - 2\sqrt{3})/3$.

Esercizio A.5 La formula

$$s(t) = kt e^{-t^2/t_0^2}, \quad (k > 0, t_0 > 0)$$

rappresenta la legge oraria di un punto materiale che si muove di moto rettilineo. Determina le dimensioni fisiche di k e di t_0 e qual è il massimo valore della posizione. Calcola inoltre la funzione che fornisce la velocità istantanea.

Esercizio A.6 (Speciale) Dimostra che la funzione

$$y = \operatorname{arctg} \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

è invertibile in tutto il suo dominio, e determinane il codominio.

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Studia il grafico della seguente funzione:

$$y = f(x) = \frac{x^3 - 8x}{x^2 - 12}.$$

Esercizio B.2 Tra tutti i rettangoli che hanno perimetro $2p$ determina quello che ha la diagonale minima.

Esercizio B.3 In un piano cartesiano siano date le funzioni

$$f(x) = \frac{x+1}{x-2} \quad \text{e} \quad g(x) = x^2 + 5x - 16.$$

Determinare due punti, aventi la stessa ascissa e appartenenti alle due funzioni, in modo che le rette tangenti alle due curve in tali punti siano perpendicolari tra loro.

Esercizio B.4 Determina i coefficienti incogniti della funzione

$$y = x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$$

in modo che essa si annulli in $x = 0$, abbia estremi relativi in $x = 2$ e $x = -2$ e un flesso in $x = 2\sqrt{3}/3$.

Esercizio B.5 La funzione

$$v(t) = kt^2 e^{-t^2/t_0^2}, \quad (k > 0, t_0 > 0)$$

fornisce la velocità istantanea di un punto materiale che si muove di moto rettilineo. Determina le dimensioni fisiche di k e di t_0 , e qual è il massimo valore della velocità. Calcola inoltre la funzione che fornisce l'accelerazione istantanea.

Esercizio B.6 (Speciale) Dimostra che la funzione

$$y = \ln(3 + \operatorname{arctg} x)$$

è invertibile in tutto il suo dominio, e determinane il codominio.

Buon Lavoro!