Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 5S

COMPITO IN CLASSE DI MATEMATICA - 29.03.2006

COMPITO A

Esercizio A.1 Disegna il grafico della funzione

$$y = \frac{4(x-1)}{x^2-2x+2}\,.$$

Esercizio A.2 Nella semicirconferenza di diametro AB, lungo $2r$, la corda AC forma con il diametro l'angolo $\widehat{CAB}$ di ampiezza $\pi/3$. Disegna sull'arco BC un punto P e determina l'angolo $\widehat{PAB}$ in modo che sia minima l'espressione $y = \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$.

Esercizio A.3 Determina i parametri incogniti della funzione

$$y = \frac{ax^2+bx+c}{x+d}$$

in modo che questa abbia per asintoto la retta $y=-x$, e che abbia un estremo relativo di ascissa -2 e passi per $P(2,\,-4)$. Individua un punto sulla curva trovata che abbia distanza minima dall'origine degli assi.

Esercizio A.4 Risolvi i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-e^{\operatorname{sen} x}}{x+\operatorname{sen} x}\,,\qquad \lim_{x\to 1^+}\frac{\ln(x-1)}{\operatorname{tg}\frac{\pi}{2}x}\,,\qquad \lim_{x\to 0^+}\frac{\ln\operatorname{tg} x}{\operatorname{arcsen} x}\,.$$

Esercizio A.5 (Facoltativo) Dimostra che l'equazione

$$e^x - e^{-x} + x^3 + x^2 + 2x = 0$$

ammette una e una sola soluzione reale.

Buon Lavoro!

Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 5S

COMPITO IN CLASSE DI MATEMATICA - 29.03.2006

COMPITO B

Esercizio B.1 Disegna il grafico della funzione

$$y = \frac{-4(x+2)}{x^2+4x+5}\,.$$

Esercizio B.2 In una semicirconferenza di diametro $\overline{AB} = 2r$ si conduca una corda PQ di lunghezza r (con P interno all'arco AQ). Si determini l'ampiezza dell'angolo $\widehat{PAB}$ in modo che sia massima la somma delle lunghezze delle diagonali AQ, BP del quadrilatero $ABQP$.

Esercizio B.3 Determina i parametri incogniti della funzione

$$y = \frac{ax^2+bx+c}{x+d}$$

in modo che questa abbia per asintoto la retta $y = x$, che abbia un estremo relativo di ascissa 1 e che passi per $P(-1, -2)$. Individua un punto sulla curva trovata che abbia distanza minima dall'origine degli assi.

Esercizio B.4 Si risolvano i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{\operatorname{sen} x} - e^x}{x^2}\,, \qquad \lim_{x\to +\infty} \frac{\pi - 2\operatorname{arctg} x}{\ln x}\,, \qquad \lim_{x\to 0^+} \frac{\ln\cos x}{\operatorname{tg} x}\,.$$

Esercizio B.5 (Facoltativo) Si dimostri che l'equazione

$$\operatorname{arctg}\sqrt[3]{x} + x^3 - 2x^2 + 3x = 0$$

ammette una e una sola soluzione reale.

Buon Lavoro!