

COMPITO A

Esercizio A.1 Disegna il grafico della seguente funzione

$$y = \frac{2x^2 + 5x + 8}{x^2 + 5x + 4}.$$

Tieni presenti che la determinazione degli eventuali flessi richiede la soluzione approssimata di un'equazione.

Esercizio A.2 Si divida un segmento lungo s in due parti, e si costruiscano un quadrato sulla prima di esse, e un triangolo equilatero sulla seconda. Si determini sotto quale condizione è minima la somma dell'area del quadrato moltiplicata per $\sqrt{3}$ e dell'area del triangolo. Qual è il massimo valore di tale quantità?

Esercizio A.3 Un punto materiale si muove, per $t \geq 0$, secondo la legge oraria

$$s(t) = a \ln^2 \left(1 + \frac{t}{t_0} \right)$$

dove a e t_0 sono due *costanti*, di cui si chiedono le dimensioni fisiche.

Determina la funzione $v(t)$ e stabilisci dove questa assume il valore massimo.

Esercizio A.4 Risolvi i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^x}{x^3}, \quad \lim_{x \rightarrow +\pi^+} \frac{\operatorname{tg} \left(\frac{x}{2} \right)}{\ln(x - \pi)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \operatorname{sen} x}{\operatorname{tg} x}.$$

Esercizio A.5 (Facoltativo) Utilizzando il teorema della funzione inversa, ridimostra qual è la derivata di a^x , supponendo di conoscere quella di $\log_a x$.

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Disegna il grafico della seguente funzione

$$y = \frac{3x - x^2}{x^2 + 7x + 10}.$$

Tieni presenti che la determinazione degli eventuali flessi richiede la soluzione approssimata di un'equazione.

Esercizio B.2 Si divida un segmento lungo l in due parti, di cui la prima formi il perimetro di un quadrato e la seconda quello di un triangolo equilatero. Si determini sotto quale condizione è minima la somma dell'area del quadrato con l'area del triangolo moltiplicata per $\sqrt{3}$. Qual è il massimo valore di tale quantità?

Esercizio B.3 Un punto materiale si muove, per $t \geq 0$, con una velocità data dalla legge

$$v(t) = v_0 e^{-(t^2/t_0^2)}$$

dove v_0 e t_0 sono due *costanti*, di cui si chiedono le dimensioni fisiche.

Determina la funzione $a(t)$ e stabilisci dove questa assume il valore massimo.

Esercizio B.4 Si risolvano i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x}{x + \sin x}, \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\ln(x-1)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}x\right)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \operatorname{tg} x}{\operatorname{arcsen} x}.$$

Esercizio B.5 (Facoltativo) Utilizzando il teorema della funzione inversa, ridimostra qual è la derivata della radice n -esima di x , supponendo di conoscere quella di x^n .

Buon Lavoro!