Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 5S

VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 14.02.2014

COMPITO A

Esercizio A.1 Utilizzando la definizione, calcola la derivata delle seguenti funzioni nel punto indicato a fianco:

$$y = f(x) = \operatorname{tg} x\,, \quad x_0 = \frac{\pi}{3}\,; \qquad y = g(x) = \sqrt{x+3}\,, \quad x_0 = 6\,.$$

[4; 1/6]

Esercizio A.2 Utilizzando la definizione, calcola la funzione derivata della seguente funzione:

$$y = f(x) = \frac{1}{(x^2+9)}\,.$$

[$-2x\,(x^2+9)^{-2}$]

Esercizio A.3 Utilizzando le regole di derivazione, calcola le derivate delle seguenti funzioni:

$$y = f(x) = x\ \operatorname{arcsen} x\ \ln x\,; \qquad y = g(x) = \frac{\operatorname{arctg} x}{\operatorname{tg} x}\,;$$

$$y = l(x) = \cos^3(e^x)\,; \qquad y = m(x) = x\sqrt{x^2+9} + 9\ln(x+\sqrt{x^2+9})\,.$$

[$\operatorname{arcsen} x\,(1+\ln x) + x\ \ln x/\sqrt{1-x^2}$; $\big(\sin(2\,x) - 2\big(x^2+1\big)\ \operatorname{arctg} x\big)/\big(\big(x^2+1\big)\,(\cos(2\,x))\big)$; $-3\,e^x\ \cos^2(e^x)\ \operatorname{sen}(e^x)$; $2\,\sqrt{x^2+9}$]

Esercizio A.4 Un quarto di circonferenza di centro O è delimitato dai segmenti OA e OB, lunghi r. Dato un punto generico C dell'arco AB, D è la proiezione di C su OA ed E è la proiezione di D su OC. Determina il punto C in modo che sia massima la quantità:

$$y = f(x) = \overline{CD}^2 + \sqrt{3}\ \overline{OA}\cdot\overline{DE}\,.$$

[$A\hat{O}C = \pi/3$]

Esercizio A.5 Disegna il grafico della funzione

$$y = f(x) = \frac{x^3-7x}{x^2+2}\,.$$

Esercizio A.6 (Speciale) la funzione $y = f(x)$ è derivabile in tutto il suo dominio e ovunque crescente. Dimostra che anche la sua funzione inversa è crescente.

Buon Lavoro!

Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 5S
VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 14.02.2014

COMPITO B

Esercizio B.1 Utilizzando la definizione, calcola la derivata delle seguenti funzioni nel punto indicato a fianco:

$$y = f(x) = \operatorname{tg} x\,, \quad x_0 = \frac{\pi}{4}\,; \qquad y = g(x) = \sqrt{x-5}\,, \quad x_0 = 9\,.$$

[2; 1/4]

Esercizio B.2 Utilizzando la definizione, calcola la funzione derivata della seguente funzione:

$$y = f(x) = \frac{1}{(x^2-4)}\,.$$

[$-2x\,(x^2-4)^{-2}$]

Esercizio B.3 Utilizzando le regole di derivazione, calcola le derivate delle seguenti funzioni:

$$y = f(x) = x\,\ln x\,\operatorname{tg} x\,; \qquad y = g(x) = \frac{\operatorname{arcsen} x}{e^x}\,;$$

$$y = l(x) = \operatorname{sen}^4(\operatorname{arctg} x)\,; \qquad y = m(x) = x\sqrt{x^2+4} + 4\ln(x+\sqrt{x^2+4})\,.$$

[$\operatorname{tg} x\,(\ln x+1)+x\,\ln x/\cos^2 x$; $-e^{-x}\left(\sqrt{1-x^2}\,\operatorname{arcsen} x-1\right)/\sqrt{1-x^2}$;
$4\operatorname{sen}^3(\operatorname{arctg} x)\cos(\operatorname{arctg} x)/(1+x^2)$; $2\sqrt{x^2+4}$]

Esercizio B.4 Un quarto di circonferenza di centro O è delimitato dai segmenti OA e OB, lunghi r. Dato un punto generico P dell'arco AB, Q è la proiezione di P su OA e R è la proiezione di Q su OP. Determina il punto P in modo che sia massima la quantità:

$$y = f(x) = \overline{OA}\cdot\overline{OR} + \sqrt{3}\,\overline{OQ}\cdot\overline{QP}\,.$$

[$A\hat{O}P=\pi/6$]

Esercizio B.5 Disegna il grafico della funzione

$$y = f(x) = \frac{x^3-28x}{x^2+8}\,.$$

Esercizio B.6 (Speciale) la funzione $y = f(x)$ è derivabile in tutto il suo dominio e ovunque decrescente. Dimostra che anche la sua funzione inversa è decrescente.

Buon Lavoro!