

COMPITO A

Esercizio A.1 Disegna il grafico della seguente funzione:

$$y = f(x) = \frac{x}{3x^2 + 1}.$$

Esercizio A.2 Utilizzando le regole di derivazione, calcola la derivata delle seguenti funzioni:

$$f(x) = 2x \sin x - x^2 \cos x + 2 \cos x, \quad g(x) = 4 \ln \left(x + \sqrt{x^2 + 4} \right) + x \sqrt{4 + x^2},$$

$$h(x) = \frac{x}{1 + x^2} + \operatorname{arctg} x, \quad l(x) = x^4 3^x.$$

Esercizio A.3 La curva $\mathcal{D}(v)$ che fornisce la distribuzione del modulo v della velocità ($v \geq 0$) per le N molecole di un gas perfetto alla temperatura T è data dalla formula

$$\mathcal{D}(v) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} N \left(\frac{m}{k_B T} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}},$$

dove k_B è la costante di Boltzmann. Si determini, per T fissato, a quale valore di v corrisponde il massimo della distribuzione.

Esercizio A.4 Due numeri reali non negativi hanno come somma 50. Determina i due numeri in modo che sia massimo il prodotto del cubo del primo per il quadrato del secondo.

Esercizio A.5 Risolvi i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{e^{\sin x} - e^x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\pi - 2 \operatorname{arctg} x}{\ln x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin x}{\operatorname{tg} x}.$$

Esercizio A.6 (Facoltativo) Utilizzando la definizione di derivata, dimostra che vale la relazione $Df(x^3) = 3x^2 f'(x^3)$, dove $f'(x)$ è la funzione derivata di $f(x)$.

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Disegna il grafico della seguente funzione:

$$y = f(x) = \frac{x}{x^2 + 3}.$$

Esercizio B.2 Utilizzando le regole di derivazione, calcola la derivata delle seguenti funzioni:

$$f(x) = x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x, \quad g(x) = 2x \sqrt{1 + 4x^2} + \ln \left(2x + \sqrt{1 + 4x^2} \right),$$

$$h(x) = \sqrt{1 - x^2} + \arcsen x, \quad l(x) = x^3 4^x.$$

Esercizio B.3 La curva $\mathcal{D}(K)$ che fornisce la distribuzione dell'energia cinetica K per le N molecole di un gas perfetto alla temperatura T è data dalla formula

$$\mathcal{D}(K) = N \sqrt{\frac{8m}{\pi(k_B T)^3}} K e^{-\frac{K}{k_B T}},$$

dove k_B è la costante di Boltzmann. Si determini, per T fissato, a quale valore di K corrisponde il massimo della distribuzione.

Esercizio B.4 Due numeri reali non negativi hanno come somma 100. Determina i due numeri in modo che sia massimo il prodotto del primo per la quarta potenza del secondo.

Esercizio B.5 Risolvi i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x + \sin x}, \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\ln(x-1)}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \operatorname{tg} x}{\arcsen x}.$$

Esercizio B.6 (Facoltativo) Utilizzando la definizione di derivata, dimostra che vale la relazione $Df(5x^2) = 10x f'(5x^2)$, dove $f'(x)$ è la funzione derivata di $f(x)$.

Buon Lavoro!