

COMPITO A

Esercizio A.1 Calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_3(1+x^4)}{x^2(1-\cos x)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^x - 3^x}{\arcsen x}, \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\text{sen}(\pi x)}{\ln(x-3)}.$$

[$2 \log_3 e$; $\ln(4/3)$; π]

Esercizio A.2 Calcola i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{5x+6}{7x-3} \right)^x, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x+1} \right)^x.$$

[$+\infty$; $1/e$]

Esercizio A.3 Individua e caratterizza i punti di discontinuità delle seguenti funzioni:

$$y = f(x) = \frac{2x^2 - x - 6}{x^2 - 6x + 8}, \quad y = g(x) = \frac{x+1}{4^{1/x} - 16}.$$

[$x = 2 : 3^a$, $x = 4 : 2^a$; $x = 1/2 : 2^a$, $x = 0 : 1^a$]

Esercizio A.4 Per $x \rightarrow \infty$ determina l'ordine di infinito della funzione

$$y = f(x) = \sqrt{x^6 + 6x^5 + 7} - \sqrt{x^6 + x^4 - 2}$$

rispetto all'infinito campione standard. [2]

Esercizio A.5 Disegna il grafico probabile della seguente funzione:

$$y = f(x) = \frac{2x-4}{x^2-4x-5}.$$

Esercizio A.6 (Speciale) Due funzioni $f(x)$ e $g(x)$ sono infiniti simultanei per $x \rightarrow c$.

Dimostra che la funzione $F(x) = f(x) \cdot g(x)$ è, per $x \rightarrow c$, un infinito con ordine di infinito pari alla somma degli ordini di infinito di $f(x)$ e di $g(x)$.

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsen x^3}{x^2(4^x - 1)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos 3x}{\sen x}, \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)}{\ln(x-2)}.$$

[$\log_4 e$; 0; $\pi/2$]

Esercizio B.2 Calcola i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{5x+4}{4x+5}\right)^x, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-3}\right)^x.$$

[0^+ ; e^2]

Esercizio B.3 Individua e caratterizza i punti di discontinuità delle seguenti funzioni:

$$y = f(x) = \frac{3x^2 + 11x - 4}{x^2 + 5x + 4}, \quad y = g(x) = \frac{x^2 + 3}{3^{1/x} - 27}.$$

[$x = -4 : 3^a$, $x = -1 : 2^a$; $x = 1/3 : 2^a$, $x = 0 : 1^a$]

Esercizio B.4 Per $x \rightarrow \infty$ determina l'ordine di infinito della funzione

$$y = f(x) = \sqrt{x^4 + 4x^3 + 4} - \sqrt{x^4 - x^2 - 1}$$

rispetto all'infinito campione standard. [1]

Esercizio B.5 Disegna il grafico probabile della seguente funzione:

$$y = f(x) = \frac{3x + 9}{x^2 - 3x - 4}.$$

Esercizio B.6 (Speciale) Due funzioni $f(x)$ e $g(x)$ sono infinitesimi simultanei per $x \rightarrow c$, con $f(x)$ infinitesimo di ordine superiore rispetto a $g(x)$.

Dimostra che la funzione $F(x) = f(x)/g(x)$ è, per $x \rightarrow c$, un infinitesimo con ordine di infinitesimo pari alla differenza degli ordini di infinitesimo di $f(x)$ e di $g(x)$.

Buon Lavoro!