

COMPITO A

Esercizio A.1 Calcola la derivata della seguente funzione:

$$y = f(x) = 3 \ln x + \frac{6x^2 + 1}{x} + 6.$$

Esercizio A.2 Calcola la derivata della seguente funzione:

$$y = f(x) = \frac{1}{6} \ln \left(\frac{x+3}{x-3} \right).$$

Esercizio A.3 Calcola l'equazione della retta tangente alla curva di equazione $y = \cos^2 x$ nel punto di ascissa $x_0 = \pi/6$. In quali punti la retta tangente alla curva è parallela alla bisettrice del secondo e quarto quadrante?

Esercizio A.4 Calcola il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} 11x - \operatorname{sen} 7x}{\ln(1 + 3x)}.$$

Esercizio A.5 Data la funzione

$$y = \begin{cases} p\sqrt{x} + q & \text{se } x < 4 \\ x^2 - 3x - 8 & \text{se } x \geq 4 \end{cases}$$

si determinino i parametri p e q in modo che essa sia continua e derivabile nel punto di ascissa 4.

Esercizio A.6 (Facoltativo) Data un'iperbole di equazione

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

si dimostri che, nel limite di $x \rightarrow \infty$, la distanza tra il generico punto dell'iperbole e le rette di equazione

$$y = \pm \frac{a}{b}x$$

tende a zero (ciò dimostra che le rette sono *asintoti* per l'iperbole). Si sviluppi la dimostrazione per un solo caso (una sola retta e una sola direzione sull'iperbole).

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Calcola la derivata della seguente funzione:

$$y = f(x) = \ln x - \frac{3x^2 + 2x + 1}{2x^2}.$$

Esercizio B.2 Calcola la derivata della seguente funzione:

$$y = f(x) = \frac{1}{6} \ln \left(\frac{x-2}{x+4} \right).$$

Esercizio B.3 Calcola l'equazione della retta tangente alla curva di equazione $y = \sin^2 x$ nel punto di ascissa $x_0 = \pi/3$. In quali punti la retta tangente alla curva è parallela alla bisettrice del primo e terzo quadrante?

Esercizio B.4 Calcola il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x + \sin 5x}{e^{4x} - 1}.$$

Esercizio B.5 Data la funzione

$$y = \begin{cases} a \ln x + b & \text{se } x > 1 \\ x^2 + x - 5 & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$$

si determinino i parametri a e b in modo che essa sia continua e derivabile nel punto di ascissa 1.

Esercizio B.6 (Facoltativo) Data un'iperbole di equazione

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

si dimostri che, nel limite di $x \rightarrow \infty$, la distanza tra il generico punto dell'iperbole e le rette di equazione

$$y = \pm \frac{b}{a}x$$

tende a zero (ciò dimostra che le rette sono *asintoti* per l'iperbole). Si sviluppi la dimostrazione per un solo caso (una sola retta e una sola direzione sull'iperbole).

Buon Lavoro!