

COMPITO A

Esercizio A.1 Disegna il grafico probabile della funzione

$$y = f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + x - 20}.$$

Esercizio A.2 Calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{x+7} \right)^x, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{\sin 4x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{\log_4(1+x)}.$$

Esercizio A.3 Utilizzando la definizione, calcola la derivata della seguente funzione nel punto a fianco indicato. Successivamente scrivere l'equazione della retta tangente a tale funzione nel punto dato.

$$f(x) = \cos(e^x - 1), \quad x = 0.$$

Esercizio A.4 Utilizzando la definizione, determina la funzione derivata della funzione

$$y = f(x) = \sqrt{x+1}.$$

Esercizio A.5 Utilizzando le regole dimostrate, calcola la derivata delle seguenti funzioni:

$$f(x) = e^x \sin x, \quad g(x) = 5x^4 - 3x^2 + 9x.$$

Esercizio A.6 (Facoltativo) Nella teoria della relatività ristretta la formula dell'energia cinetica è

$$E_c = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

dimostrare che, per $v \rightarrow 0$, questa espressione è un infinitesimo di ordine 2 rispetto all'infinitesimo campione v . Verificare quindi che, in tale limite, la formula newtoniana per l'energia cinetica è una buona approssimazione di quella relativistica.

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Disegna il grafico probabile della funzione

$$y = f(x) = \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 4x + 3}.$$

Esercizio B.2 Calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{x+1} \right)^x, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{sen} 5x}{1 - \cos 7x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_3(1+x)}{9^x - 1}.$$

Esercizio B.3 Utilizzando la definizione, calcola la derivata della seguente funzione nel punto a fianco indicato. Successivamente scrivere l'equazione della retta tangente a tale funzione nel punto dato.

$$f(x) = \operatorname{sen}(\ln x), \quad x = 1.$$

Esercizio B.4 Utilizzando la definizione, determina la funzione derivata della funzione

$$y = f(x) = \frac{1}{x-2}.$$

Esercizio B.5 Utilizzando le regole dimostrate, calcola la derivata delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \ln x \cos x, \quad g(x) = 12x^3 + 4x^2 - 2x.$$

Esercizio B.6 (Facoltativo) Nella teoria della relatività ristretta la formula per il modulo della quantità di moto è

$$p_r = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

dimostra che, per $v \rightarrow 0$, la differenza tra questa espressione e quella classica ($p_c = mv$) è un infinitesimo di ordine 2 rispetto all'infinitesimo campione v .

Buon Lavoro!