Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 5S

VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 26.09.2015

COMPITO A

Esercizio A.1 Calcola il valore della seguente espressione
$$\frac{\sqrt{3}\ \mathrm{tg}(\frac{5}{3}\pi)\,\mathrm{sen}\,(2\,x)}{\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)-\mathrm{sen}\left(x+\frac{2\,\pi}{3}\right)}\,.$$
[$-6\ \cos x$]

Esercizio A.2 Risolvi le seguenti equazioni goniometriche:
$$\sqrt{3}\ \mathrm{sen}\,x-\cos x+1=0\,;\qquad \mathrm{tg}\,\frac{x}{2}-\frac{1-\mathrm{sen}\,x}{\mathrm{sen}\,x}=0\,.$$
[$2k\pi$, $4\pi/3+2k\pi$; $\pi/4+k\pi$]

Esercizio A.3 Risolvi le seguenti disequazioni goniometriche:
$$2\cos 2x-4\,\mathrm{sen}\,x+1>0\,;\qquad 2\ \mathrm{sen}^2\,x-2\,\mathrm{sen}\,x\cos x+2(\sqrt{3}-1)\cos^2 x>1\,.$$
[$5\pi/6+2k\pi<x<11\pi/6+2k\pi+2k\pi$; $\pi/3+k\pi<x<13\pi/12+k\pi$]

Esercizio A.4 Risolvi i seguenti esercizi:
$$3\cdot 7^x=11\cdot 2^{3x}\,;\qquad 9^x-7\cdot 3^x-18>0\,.$$
[$\log_{7/8}(11/3)$; $x>2$]

Esercizio A.5 Risolvi i seguenti esercizi:
$$\log_{\sqrt{2}}(x+1)=\log_2(x-1)^4\,;\qquad \log_3(x+2)-\log_3(x-6)>1+\log_3(x-4)\,.$$
[0, 3; $6<x<7$]

Esercizio A.6 Risolvi la seguente equazione
$$C_{n+2,\,4}-C_{n+1,\,3}=\frac{7}{4}\,C_{n,\,3}\,.$$
[6]

Esercizio A.7 In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale sono date le rette $r:\ y=x/2$ e $s:\ y=x$; determina il valore della tangente dell'angolo tra queste due rette. Considera poi la retta $t:\ y=2x$ e scrivi l'equazione di una quarta retta u, passante per l'origine, tale che $\widehat{tu}=\widehat{rs}$.
[$1/3$; $y=7x$]

Esercizio A.8 (Speciale) Dimostra che, per ogni x reale, la funzione
$$y=f(x)=\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$$
è compresa tra -1 e $+1$ (estremi esclusi). Dimostra anche che, dato un numero reale α con $-1<\alpha<1$, esiste ed è unico il valore di x per il quale è verificata l'equazione $f(x)=\alpha$.

Buon Lavoro!

Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 5S

VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 26.09.2015

COMPITO B

Esercizio B.1 Calcola il valore della seguente espressione

$$\frac{\sqrt{2}\,\cos(2\,x)}{\mathrm{tg}\left(\frac{3\,\pi}{4}\right)\,\left(\mathrm{sen}\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(x-\frac{3\,\pi}{4}\right)\right)}\,.$$

[sen x+cos x]

Esercizio B.2 Risolvi le seguenti equazioni goniometriche:

$$\mathrm{sen}\,x-\sqrt{3}\cos x-1=0\,;\qquad \mathrm{tg}\,\frac{x}{2}-\frac{\cos x}{1+\cos x}=0\,.$$

[$\pi/2+2k\pi$, $7\pi/6+2k\pi$; $\pi/4+k\pi$]

Esercizio B.3 Risolvi le seguenti disequazioni goniometriche:

$$2\cos 2x-8\cos x-3>0\,;\qquad 4\,\mathrm{sen}^2\,x-2\,\mathrm{sen}\,x\cos x-2\sqrt{3}\cos^2 x<3\,.$$

[$2\pi/3+2k\pi<x<4\pi/3+2k\pi$; $-\pi/3+k\pi<x<5\pi/12+k\pi$]

Esercizio B.4 Risolvi i seguenti esercizi:

$$7\cdot 3^{2x}=2\cdot 5^{x}\,;\qquad 25^{x}-5^{x}-20<0\,.$$

[$\log_{9/5}(2/7)$; $x<1$]

Esercizio B.5 Risolvi i seguenti esercizi:

$$\log_3(x-2)^4=\log_{\sqrt{3}}(x+4)\,;\qquad \log_2(x-1)-\log_2(x-7)<2+\log_2(x-8)\,.$$

[0, 5; $x>9$]

Esercizio B.6 Risolvi la seguente equazione

$$C_{n+1,\,3}+C_{n,\,2}=\frac{5}{2}C_{n,\,3}\,.$$

[6]

Esercizio B.7 In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale sono date le rette $r:\ y=-x/2$ e $s:\ y=+x/2$; determina il valore della tangente dell'angolo tra queste due rette. Considera poi la retta $t:\ y=x$ e scrivi l'equazione di una quarta retta a, passante per l'origine, tale che $\widehat{ta}=\widehat{rs}$.

[$4/3$, $y=-7x$]

Esercizio B.8 (Speciale) Dimostra che, per ogni x reale, la funzione

$$y=f(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$$

è compresa tra -1 e $+1$ (estremi esclusi). Dimostra anche che, dato un numero reale α con $-1<\alpha<1$, esiste ed è unico il valore di x per il quale è verificata l'equazione $f(x)=\alpha$.

Buon Lavoro!