Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 5S

VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 12.10.2012

COMPITO A

Esercizio A.1 Calcola il valore della seguente espressione:

$$\operatorname{tg}\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)\cdot\frac{\cos 2\alpha}{1+\operatorname{sen} 2\alpha}\,. \qquad [1]$$

Esercizio A.2 Risolvi i seguenti esercizi goniometrici:

$$\cos 8x-\cos 6x+\cos 4x=0\,, \qquad \sqrt{3}\cos x-\operatorname{sen} x>0\,.$$

[$\pi/12+k\pi/6$, $\pm\pi/6+k\pi$;$-2\pi/3+2k\pi<x<\pi/3+2k\pi$]

Esercizio A.3 Nel triangolo ABC l'angolo α ha ampiezza pari a $2\pi/3$; inoltre sono noti i lati $\overline{BC}=2\sqrt{6}(\sqrt{3}+1)\,d$ e $\overline{AB}=4(\sqrt{3}+1)\,d$. Dopo avere risolto il triangolo, indica con D un punto del lato BC e determina il valore dell'angolo CAD in modo che valga la relazione $\sqrt{2}\,\overline{CD}-\overline{AD}=4\,d$. [$\beta=\pi/12$, $\gamma=\pi/4$, $\overline{AC}=4d$; $x=\pi/2$]

Esercizio A.4 Risolvi i seguenti esercizi esponenziali:

$$\frac{2^x+1}{2^x-4}-\frac{3\cdot 2^x+56}{7(2^x+2)}+\frac{26}{7}=0\,, \qquad 3^{x+3}-3^{x+2}-4\cdot 3^x<378\,.$$

[-1, 1; $x<3$]

Esercizio A.5 Risolvi i seguenti esercizi:

$$7\cdot 4^x=\frac{19\cdot 3^x}{5^x}\,, \qquad \log_5(3x+4)-\log_5(x-6)>1+\log_5(x-2)\,.$$

[$(\ln 19-\ln 7)/(\ln 4+\ln 5-\ln 3)$; $6<x<7$]

Esercizio A.6 Determina il valore di z che è soluzione del seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x+2y+z=-3\\ x-2y+3t=5\\ 3x-z-t=6\\ y+z+t=-3\end{cases}\,. \qquad [1]$$

Esercizio A.7 (Speciale) La funzione

$$y=g(x)=\arcsin\left(\log_2(2^x-1)\right)$$

è invertibile. Determina dominio e codominio di tale funzione; poi trova l'espressione della funzione inversa $g(x)$ della funzione $f(x)$ data. [[$\log_2(3/2)$, $\log_2 3$], [$-\pi/2$; $\pi/2$], $y=\log_2(2^{\operatorname{sen} x}+1)$]

Buon Lavoro!

Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 5S

VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 12.10.2012

COMPITO B

Esercizio B.1 Calcola il valore della seguente espressione:

$$\operatorname{tg}\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)\cdot\frac{1+\operatorname{sen}2\alpha}{\cos 2\alpha}\,. \qquad [-1]$$

Esercizio B.2 Risolvi i seguenti esercizi goniometrici:

$$\operatorname{sen}7x+\cos 3x+\operatorname{sen}x=0\,, \qquad \sqrt{3}\operatorname{sen}x+\cos x<0\,.$$

[$\pi/6+k\pi/3$, $-\pi/24+k\pi/2$, $7\pi/24+k\pi/2$; $5\pi/6+2k\pi<x<11\pi/6+2k\pi$]

Esercizio B.3 Nel triangolo ABC l'angolo α ha ampiezza pari a $3\pi/4$; inoltre sono noti i lati $\overline{BC}=18(\sqrt{3}+1)\,l$ e $\overline{AC}=9\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)\,l$. Dopo avere risolto il triangolo, indica con P un punto del lato BC e determina il valore dell'angolo BAP in modo che valga la relazione $\sqrt{3}\,\overline{BP}-\overline{AP}=36\,l$. [$\beta=\pi/6$, $\gamma=\pi/12$, $\overline{AB}=18\,l$; $2\pi/3$]

Esercizio B.4 Risolvi i seguenti esercizi esponenziali:

$$\frac{2^x-1}{2^x+1}-\frac{5\cdot 2^x-2}{10\,(2^x-2)}+\frac{3}{10}=0\,, \qquad 5^{x+2}-5^{x+1}+2\cdot 5^x>550\,.$$

[-1, 2; $x>2$]

Esercizio B.5 Risolvi i seguenti esercizi:

$$\frac{19\cdot 7^x}{2^x}=3\cdot 5^x\,, \qquad \log_3(4x+1)-\log_3(x-1)<\log_3(x+1)+1\,.$$

[$(\ln 3-\ln 19)/(\ln 7-\ln 2-\ln 5)$; $x>2$]

Esercizio B.6 Determina il valore di y che è soluzione del seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} 2x-3y-z=3 \\ x+2y+2t=5 \\ 3x-2z-t=-4 \\ y+z+t=4 \end{cases}\,. \qquad [-1]$$

Esercizio B.7 (Speciale) La funzione

$$y=g(x)=\arccos\left(\log_3(3^x-2)\right)$$

è invertibile. Determina dominio e codominio di tale funzione; poi trova l'espressione della funzione inversa $g(x)$ della funzione $f(x)$ data. [$[\log_3(7/3);\ \log_3 5]$, $[-\pi/2;\ \pi/2]$, $y=\log_3(3^{\cos x}+2)$]

Buon Lavoro!