

COMPITO A

**Esercizio A.1** Semplifica la seguente espressione:

$$\frac{4 \cos \left( \alpha + \frac{\pi}{6} \right) \operatorname{sen} \left( \alpha + \frac{\pi}{3} \right) - \cos (2 \alpha) - \cos^2 \alpha}{\operatorname{sen} \left( \alpha + \frac{\pi}{2} \right)}. \quad [\cos \alpha]$$

**Esercizio A.2** Risolvi i seguenti esercizi:

$$5 \operatorname{sen}^2 x + 2\sqrt{3} \operatorname{sen} x \cos x - \cos^2 x = 2, \quad \sqrt{3} \operatorname{sen} x + \cos x < \sqrt{2}.$$
$$[-\pi/3 + k\pi, \pi/6 + k\pi; 7\pi/12 + k\pi < x < 25\pi/12 + 2k\pi]$$

**Esercizio A.3** Risolvi i seguenti esercizi:

$$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^x + 1}{\left(\frac{1}{2}\right)^x - 1} - 2 \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^x - 2}{\left(\frac{1}{2}\right)^x + 1} > 3; \quad \log_8 x \cdot \log_{\sqrt{2}} x^3 - \log_2 x^2 - \log_5 625 < 0;$$
$$\log_3(2x + 1) - \log_3(2x - 1) > \log_3(x + 8) - \log_3(x + 2).$$
$$[-1 < x < 0; 1/2 < x < 4; 1/2 < x < 1]$$

**Esercizio A.4** Risolvi un triangolo qualunque di cui si conoscono gli elementi  $\beta = 2\pi/3$ ,  $b = \sqrt{6}$  e  $c = 2$ . Determina poi il raggio  $r$  della circonferenza inscritta al triangolo.

$$[\gamma = \pi/4, \alpha = \pi/12, a = \sqrt{3} - 1, r = (3 - \sqrt{3})/(\sqrt{6} + \sqrt{3} + 1)]$$

**Esercizio A.5** Il diametro di una semicirconferenza  $\mathcal{S}$  è il segmento  $AB$  di lunghezza  $2r$ .  $AB$  è anche l'ipotenusa di un triangolo rettangolo isoscele  $ABC$  posto all'esterno di  $\mathcal{S}$ . Indicato con  $D$  un punto generico della semicirconferenza, determina l'angolo  $B\hat{A}D$  in modo che valga la relazione

$$2\overline{DC}^2 + \overline{DB}^2 = 10r^2. \quad [\pi/4, \arctg 3]$$

**Esercizio A.6** Utilizzando il metodo di Cramer, individua il valore dell'incognita  $z$  nel seguente sistema:

$$\begin{cases} 3x + 2y + t - z = 15 \\ x + y + 2t = 6 \\ 2x - y + z = 4 \\ y - z = 2 \end{cases} \quad [D = -2, D_z = -6, z = 3]$$

**Esercizio A.7 (Speciale)** Calcola nel modo più rapido la quantità:

$$a = \operatorname{sen} \left( \frac{19}{12} \pi \right) - \sqrt{3} \cos \left( \frac{19}{12} \pi \right). \quad [-\sqrt{2}]$$

**Buon Lavoro!**

COMPITO B

**Esercizio B.1** Semplifica la seguente espressione:

$$\frac{4 \operatorname{sen} \left( \frac{\pi}{3} - \alpha \right) \cos \left( \alpha - \frac{\pi}{6} \right) - \cos (2 \alpha) - \cos^2 \alpha}{\cos(\alpha + \pi)} . \quad [-\cos \alpha]$$

**Esercizio B.2** Risolvi i seguenti esercizi:

$$6 \operatorname{sen}^2 x - 2\sqrt{3} \operatorname{sen} x \cos x = 3, \quad \operatorname{sen} x - \sqrt{3} \cos x > \sqrt{2}.$$

$$[-\pi/6 + k\pi, \pi/3 + k\pi; 7\pi/12 + 2k\pi < x < 13/12 + 2k\pi]$$

**Esercizio B.3** Risolvi i seguenti esercizi:

$$\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^x + 3}{\left(\frac{1}{3}\right)^x - 3} + 3 \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^x - 1}{\left(\frac{1}{3}\right)^x + 3} < 4; \quad \log_{\sqrt{5}} x \cdot \log_{25} x - \log_{1/5} x - \log_3 729 > 0;$$

$$\log_2(3x + 2) - \log_2(3x - 2) < \log_2(x + 2) - \log_2 x .$$

$$[x < -2 \vee x > -1; 0 < x < 1/125 \vee x > 25; x > 2]$$

**Esercizio B.4** Risolvi un triangolo qualunque di cui si conoscono gli elementi  $\alpha = 3\pi/4$ ,  $a = 4\sqrt{2}$  e  $b = 4$ . Determina poi il raggio  $R$  della circonferenza circoscritta al triangolo.

$$[\beta = \pi/6, \gamma = \pi/12, c = 2\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1), R = 4]$$

**Esercizio B.5** Il triangolo equilatero  $ABC$  ha i lati di lunghezza  $l$ . Il lato  $AB$  è il diametro di una semicirconferenza, posta all'esterno del triangolo. Detto  $P$  un punto generico della semicirconferenza, determina l'angolo  $B\hat{A}P$  in modo che valga la relazione:

$$\overline{CP}^2 + 2 \cdot \overline{PB}^2 = \frac{9}{4} l^2 . \quad [\pi/6]$$

**Esercizio B.6** Utilizzando il metodo di Cramer, individua il valore dell'incognita  $t$  nel seguente sistema:

$$\begin{cases} x - 2y + t + z = 13 \\ 2x + y - 3t = -11 \\ 4x - 2y + z = 15 \\ y + z = -2 \end{cases} \quad [D = 17, D_t = 68, t = 4]$$

**Esercizio B.7 (Speciale)** Calcola nel modo più rapido la quantità:

$$a = \sqrt{3} \operatorname{sen} \left( \frac{25}{12} \pi \right) + \cos \left( \frac{25}{12} \pi \right) . \quad [\sqrt{2}]$$

**Buon Lavoro!**