

COMPITO A

Esercizio A.1 Risolvi i seguenti esercizi:

$$\log_3(x+3) - \log_3(x-5) = \log_3(x-3) + 1, \quad \frac{2 \cdot (2 \cdot 2^x)^3}{49^{x+2}} < \frac{2 \cdot 4^x}{7^{x+1}}. \quad [6; x > -3]$$

Esercizio A.2 Risolvi i seguenti esercizi:

$$3 \cos 2x + \sin x - 2 = 0; \quad (\sqrt{3} - 3) \sin^2 x - 2 \sin x \cos x - (3 + \sqrt{3}) \cos^2 x + 3 < 0.$$

$$[\pi/6 + 2k\pi, 5\pi/6 + 2k\pi, \arcsin(-1/3) + 2k\pi, \pi - \arcsin(-1/3) + 2k\pi; -\pi/6 + k\pi < x < \pi/3 + k\pi]$$

Esercizio A.3 Risolvi un triangolo qualunque del quale si conoscono gli elementi $a = 3$, $c = \sqrt{3}$ e $\alpha = 2\pi/3$. $[b = \sqrt{3}, \beta = \gamma = \pi/6]$

Esercizio A.4 In una semicirconferenza di diametro $\overline{AB} = 2r$ è inscritto il triangolo isoscele ABC . Un punto P si trova sull'arco BC della semicirconferenza.

Determina l'angolo \widehat{BAP} in modo che valga la relazione

$$\sqrt{2} \overline{AP} - \overline{CP} = r\sqrt{3}. \quad [\pi/12]$$

Esercizio A.5 Stabilisci per quali valori di k la seguente matrice è invertibile:

$$M = \begin{bmatrix} 2 & k & k-2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Nel caso in cui essa non fosse invertibile, stabilisci il suo rango. $[k \neq -1; 3]$

Esercizio A.6 Calcola la matrice inversa della seguente matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 \\ -2 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

e verifica, in uno dei due casi, la correttezza del risultato trovato. $[[1, -1/2, 0], [0, 1, 1], [1, 0, 1]]$

Esercizio A.7 (Speciale) Ti ritrovi a dover usare una calcolatrice scientifica piuttosto datata: non possiede il tasto che permette di calcolare a^x e i tasti 10^x e $\log_{10} x$ non funzionano. Invece funzionano i tasti e^x e $\log_e x$.

Come fai a calcolare $(12,8)^{4,51}$? $[e^{4,51 \cdot \ln(12,8)}]$

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Risolvi i seguenti esercizi:

$$\log_2(x+4) + 1 = \log_2(3x+4) - \log_2(x-3), \quad \frac{9 \cdot 3^x}{5^{1+x}(5^x)^{-5}} > \frac{(25^{x+1/2})^3}{25 \cdot 3^x} \cdot [4; x < -1]$$

Esercizio B.2 Risolvi i seguenti esercizi:

$$4 \cos 2x + 2 \cos x + 3 = 0; \quad (2 + \sqrt{3}) \sin^2 x + 2 \sin x \cos x + (2 - \sqrt{3}) \cos^2 x > 2.$$

$$[\pm 2\pi/3 + 2k\pi, \pm \arccos(1/4) + 2k\pi; \pi/6 + k\pi < x < 2\pi/3 + k\pi]$$

Esercizio B.3 Risolvi un triangolo qualunque del quale si conoscono gli elementi $b = 2$, $c = 2\sqrt{3}$ e $\gamma = \pi/3$. $[a = 4, \alpha = \pi/2, \beta = \pi/6]$

Esercizio B.4 Su una semicirconferenza di diametro $\overline{AB} = 2r$ considera un punto C tale che $\widehat{BAC} = \pi/6$ e un secondo punto D compreso tra A e C .

Determina l'angolo \widehat{CAD} in modo che valga la relazione

$$\overline{CD} + \overline{AD} = 2r. \quad [\pi/6]$$

Esercizio B.5 Stabilisci per quali valori di a la seguente matrice è invertibile:

$$N = \begin{bmatrix} a+2 & a & 2 & -1 \\ 3 & 2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Nel caso in cui essa non fosse invertibile, stabilisci il suo rango.

$$[a \neq 3; 3]$$

Esercizio B.6 Calcola la matrice inversa della seguente matrice:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

e verifica, in uno dei due casi, la correttezza del risultato trovato.

$$[[-1, 1, 0], [-1, 0, 1], [0, -1/2, 1]]$$

Esercizio B.7 (Speciale) Ti ritrovi a dover usare una calcolatrice scientifica piuttosto datata: non possiede il tasto che permette di calcolare a^x e i tasti e^x e $\log_e x$ non funzionano. Invece funzionano i tasti 10^x e $\log_{10} x$.

Come fai a calcolare $(21,6)^{2,74}$?

$$[10^{2,74 \cdot \ln(21,6)}]$$

Buon Lavoro!