

COMPITO A

**Esercizio A.1** Risolvi i seguenti esercizi:

$$\log_3(x+3) - \log_3(x-5) = \log_3(x-3) + 1, \quad \frac{2 \cdot (2 \cdot 2^x)^3}{49^{x+2}} < \frac{2 \cdot 4^x}{7^{x+1}}. \quad [6; x > -3]$$

**Esercizio A.2** Risolvi i seguenti esercizi:

$$3 \cos 2x + \sin x - 2 = 0; \quad (\sqrt{3} - 3) \sin^2 x - 2 \sin x \cos x - (3 + \sqrt{3}) \cos^2 x + 3 < 0.$$

$$[\pi/6+2k\pi, 5\pi/6+2k\pi, \arcsin(-1/3)+2k\pi, \pi-\arcsin(-1/3)+2k\pi; -\pi/6+k\pi < x < \pi/3+k\pi]$$

**Esercizio A.3** Risolvi un triangolo qualunque del quale si conoscono gli elementi  $a = 3$ ,  $c = \sqrt{3}$  e  $\alpha = 2\pi/3$ .  $[b = \sqrt{3}, \beta = \gamma = \pi/6]$

**Esercizio A.4** In una semicirconferenza di diametro  $\overline{AB} = 2r$  è inscritto il triangolo isoscele  $ABC$ . Un punto  $P$  si trova sull'arco  $BC$  della semicirconferenza.

Determina l'angolo  $\widehat{BAP}$  in modo che valga la relazione

$$\sqrt{2} \overline{AP} - \overline{CP} = r\sqrt{3}. \quad [\pi/12]$$

**Esercizio A.5** Stabilisci per quali valori di  $k$  la seguente matrice è invertibile:

$$M = \begin{bmatrix} 2 & k & k-2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Nel caso in cui essa non fosse invertibile, stabilisci il suo rango.  $[k \neq -1; 3]$

**Esercizio A.6** Calcola la matrice inversa della seguente matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 \\ -2 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

e verifica, in uno dei due casi, la correttezza del risultato trovato.  $[[1, -1/2, 0], [0, 1, 1], [1, 0, 1]]$

**Esercizio A.7 (Speciale)** Ti ritrovi a dover usare una calcolatrice scientifica piuttosto datata: non possiede il tasto che permette di calcolare  $a^x$  e i tasti  $10^x$  e  $\log_{10} x$  non funzionano. Invece funzionano i tasti  $e^x$  e  $\log_e x$ .

Come fai a calcolare  $(12,8)^{4,51}$ ?  $[e^{4,51 \cdot \ln(12,8)}]$

**Buon Lavoro!**

COMPITO B

**Esercizio B.1** Risolvi i seguenti esercizi:

$$\log_2(x+4) + 1 = \log_2(3x+4) - \log_2(x-3), \quad \frac{9 \cdot 3^x}{5^{1+x}(5^x)^{-5}} > \frac{(25^{x+1/2})^3}{25 \cdot 3^x} \cdot [4; x < -1]$$

**Esercizio B.2** Risolvi i seguenti esercizi:

$$4 \cos 2x + 2 \cos x + 3 = 0; \quad (2 + \sqrt{3}) \sin^2 x + 2 \sin x \cos x + (2 - \sqrt{3}) \cos^2 x > 2.$$

$$[\pm 2\pi/3 + 2k\pi, \pm \arccos(1/4) + 2k\pi; \pi/6 + k\pi < x < 2\pi/3 + k\pi]$$

**Esercizio B.3** Risolvi un triangolo qualunque del quale si conoscono gli elementi  $b = 2$ ,  $c = 2\sqrt{3}$  e  $\gamma = \pi/3$ .  $[a = 4, \alpha = \pi/2, \beta = \pi/6]$

**Esercizio B.4** Su una semicirconferenza di diametro  $\overline{AB} = 2r$  considera un punto  $C$  tale che  $\widehat{BAC} = \pi/6$  e un secondo punto  $D$  compreso tra  $A$  e  $C$ .

Determina l'angolo  $\widehat{CAD}$  in modo che valga la relazione

$$\overline{CD} + \overline{AD} = 2r. \quad [\pi/6]$$

**Esercizio B.5** Stabilisci per quali valori di  $a$  la seguente matrice è invertibile:

$$N = \begin{bmatrix} a+2 & a & 2 & -1 \\ 3 & 2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Nel caso in cui essa non fosse invertibile, stabilisci il suo rango.

$$[a \neq 3; 3]$$

**Esercizio B.6** Calcola la matrice inversa della seguente matrice:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

e verifica, in uno dei due casi, la correttezza del risultato trovato.

$$[[-1, 1, 0], [-1, 0, 1], [0, -1/2, 1]]$$

**Esercizio B.7 (Speciale)** Ti ritrovi a dover usare una calcolatrice scientifica piuttosto datata: non possiede il tasto che permette di calcolare  $a^x$  e i tasti  $e^x$  e  $\log_e x$  non funzionano. Invece funzionano i tasti  $10^x$  e  $\log_{10} x$ .

Come fai a calcolare  $(21,6)^{2,74}$ ?

$$[10^{2,74 \cdot \ln(21,6)}]$$

**Buon Lavoro!**