

COMPITO A

Esercizio A.1 Verifica se la seguente uguaglianza è un'identità:

$$\frac{2 \operatorname{sen}(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg} 2(\alpha - \beta)} = \frac{2 \cos^2(\alpha - \beta) - 1}{\cos \alpha \cos \beta + \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \beta}.$$

Esercizio A.2 Risolvi le seguenti equazioni:

$$\cos 2x - \sqrt{2} \cos x + 1 = 0, \quad \operatorname{tg} \frac{x}{2} + \operatorname{ctg} x + \sqrt{2} = 0,$$

$$\log_4(x - 4) - \log_4 x = \log_4 3 - \log_4(x + 3).$$

Esercizio A.3 Dato il triangolo equilatero ABC , il cui lato misura l , indica con D un punto del lato BC e sia H la proiezione di D su AC .

Determina l'angolo \widehat{BAD} in modo che valga la relazione:

$$\overline{AD} + 2\overline{DH} = \sqrt{3}l.$$

Esercizio A.4 Risolvi le seguenti disequazioni:

$$\cos x - \operatorname{sen} x < \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad 3 \operatorname{sen}^2 x - (\sqrt{3} + 3) \operatorname{sen} x \cos x + \sqrt{3} \cos^2 x > 0,$$

$$\frac{27 \cdot 3^{2x+1}}{(9^x)^2} > \frac{3^{2x+3} \cdot 27^{-x}}{9}.$$

Esercizio A.5 Determina la matrice inversa della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

e utilizza il risultato ottenuto per risolvere l'equazione matriciale $AX = B$, dove la matrice B è

$$B = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Esercizio A.6 (Facoltativo) Sono dati i due vettori \vec{a} e \vec{b} . I loro moduli sono rispettivamente a e b , e l'angolo che essi formano vale γ . Determina il modulo d del vettore $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$.

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Verifica se la seguente uguaglianza è un'identità:

$$\frac{\operatorname{tg} 2(\alpha + \beta)}{2 \operatorname{sen}(\alpha + \beta)} = \frac{\cos \alpha \cos \beta - \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \beta}{1 - 2 \operatorname{sen}^2(\alpha + \beta)}.$$

Esercizio B.2 Risolvi le seguenti equazioni:

$$\begin{aligned} \cos 2x + \operatorname{sen} x - 1 &= 0, & \operatorname{tg} \frac{x}{2} + \operatorname{ctg} x &= 2, \\ \log_6(x + 1) - \log_6 x &= \log_6 10 - \log_6(x + 4). \end{aligned}$$

Esercizio B.3 Dato il triangolo isoscele ABC di base AB e i lati obliqui di lunghezza l , con gli angoli alla base di ampiezza $\pi/6$, indica con D un punto della base e con H la proiezione di D sul lato CB .

Determina l'angolo \widehat{ACD} in modo che valga la relazione:

$$\overline{CD} + 2\sqrt{3} \overline{DH} = 2l.$$

Esercizio B.4 Risolvi le seguenti disequazioni:

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} x - \sqrt{3} \cos x &> \sqrt{2}, & \operatorname{sen}^2 x - (\sqrt{3} + 1) \operatorname{sen} x \cos x &< -\sqrt{3} \cos^2 x, \\ 16 \cdot 2^{x+3} \cdot 8^{-x} &< \frac{(2^{x+2})^2}{2}. \end{aligned}$$

Esercizio B.5 Determina la matrice inversa della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

e utilizza il risultato ottenuto per risolvere l'equazione matriciale $AX = B$, dove la matrice B è

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$$

Esercizio B.6 (Facoltativo) Sono dati i due vettori \vec{a} e \vec{b} . I loro moduli sono rispettivamente a e b , e l'angolo che essi formano vale γ . Determina il modulo c del vettore $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.

Buon Lavoro!