

COMPITO A

Esercizio A.1 Risolvi la seguente disequazione goniometrica:

$$4 \operatorname{sen}^2 x + 2 \operatorname{sen} x \cos x > 3.$$

$$[-\pi/2 + k\pi < x < \arctg(-3) + k\pi \vee \pi/4 + k\pi < x < \pi/2 + k\pi]$$

Esercizio A.2 Risolvi la seguente disequazione goniometrica:

$$\sqrt{3} \operatorname{sen} x + \cos x + \sqrt{2} < 0.$$

$$[13\pi/12 + 2k\pi < x < 19\pi/12 + 2k\pi]$$

Esercizio A.3 Il codice univoco utilizzato da una certa ditta per individuare i propri prodotti è formato da un insieme di tre lettere minuscole seguito da cinque simboli che possono essere lettere maiuscole, lettere minuscole oppure cifre da 0 a 9. In tutti i casi le lettere sono quelle dell'alfabeto inglese.

Quante combinazioni si possono formare in modo che i primi tre simboli siano diversi tra loro e anche i secondi cinque siano diversi tra loro (ma eventualmente uguali a uno dei primi tre simboli)? Esprimi il risultato con tre cifre significative. [1,21 × 10¹⁵]

Esercizio A.4 Calcola il numero di anagrammi distinti della parola “Bretelle”. [3360]

Esercizio A.5 Calcola il valore della quantità

$$D_{95, 5} - D'_{12, 9} - P_{12}. \quad [1\ 314\ 080\ 328]$$

Esercizio A.6 Risolvi la seguente equazione nella variabile n :

$$\binom{n}{3} + \binom{n}{5} = \binom{n+1}{4}. \quad [9]$$

Esercizio A.7 Da un mazzo di 52 carte se ne scoprono 8; tu hai scommesso che tra queste usciranno l'asso di picche, il sei di cuori e il re di quadri. **1)** Quante diverse estrazioni di 8 carte (distinte perché hanno almeno una carta diversa) si possono ottenere con 52 carte da gioco? **2)** Quante di queste estrazioni contengono le tre carte che tu hai indicato?

$$[752\ 538\ 150; 1\ 906\ 884]$$

Esercizio A.8 (Speciale) Per ogni numero intero positivo dispari, il simbolo $!!$ (doppio fattoriale) indica il fattoriale sui dispari ($7!! = 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1$). Per ogni n intero positivo, calcola il valore della quantità

$$\frac{(2n+1)!}{(2n+1)!! \cdot 2^n}. \quad [n!]$$

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Risolvi la seguente disequazione goniometrica:

$$3 \operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen} x \cos x < 2.$$

$$[-\pi/4 + k\pi < x < \arctg 2 + k\pi]$$

Esercizio B.2 Risolvi la seguente disequazione goniometrica:

$$\operatorname{sen} x - \sqrt{3} \cos x + \sqrt{2} > 0.$$

$$[\pi/12 + 2k\pi < x < 19\pi/12 + 2k\pi]$$

Esercizio B.3 Il codice univoco utilizzato da una certa ditta per individuare i propri prodotti è formato da un insieme di quattro cifre seguito da sei simboli che possono essere lettere maiuscole oppure lettere minuscole dell'alfabeto inglese.

Quante combinazioni si possono formare in modo che i primi quattro numeri siano diversi tra loro e anche i secondi sei simboli siano diversi tra loro? Esprimi il risultato con tre cifre significative.

$$[7,39 \times 10^{13}]$$

Esercizio B.4 Calcola il numero di anagrammi distinti della parola “Libellule”. [7560]

Esercizio B.5 Calcola il valore della quantità

$$D'_{12,7} + D_{91,4} - P_{11}. \quad [60\,059\,088]$$

Esercizio B.6 Risolvi la seguente equazione nella variabile n :

$$\binom{n+1}{5} - \binom{n}{5} = \binom{n}{3}. \quad [7]$$

Esercizio B.7 Da un mazzo di 40 carte se ne scoprono 7; tu hai scommesso che tra queste usciranno il tre di coppe, il sette di spade e il cavallo di bastoni. **1)** Quante diverse estrazioni di 7 carte (distinte perché hanno almeno una carta diversa) si possono ottenere con 40 carte da gioco? **2)** Quante di queste estrazioni contengono le tre carte che tu hai indicato?

$$[18\,643\,560; 66\,045]$$

Esercizio B.8 (Speciale) Per ogni numero intero positivo dispari, il simbolo $!!$ (doppio fattoriale) indica il fattoriale sui dispari ($7!! = 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1$). Per ogni n intero positivo, calcola il valore della quantità

$$\frac{(2n)!}{(2n-1)!! \, n!}. \quad [2^n]$$

Buon Lavoro!