

Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 4S
VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 28.05.2018

COMPITO A

Esercizio A.1 Il diametro AB di una semicirconferenza di raggio r è anche uno dei lati del triangolo equilatero ABC , posto dalla parte opposta della semicirconferenza rispetto al segmento AB . Indica con D un punto generico della semicirconferenza e determina il valore dell'angolo $\widehat{BAD} = x$ in modo che valga la relazione $\overline{CD}^2 = 7r^2$.

[$\pi/6, \pi/3$]

Esercizio A.2 Date le rette $r : y = -4x$ e $s : y = -x$, determina l'equazione di una terza retta t , passante per l'origine, in modo che valga la relazione $\widehat{rs} = \widehat{st}$. [$4y+x=0$]

Esercizio A.3 Scrivi l'equazione di un'iperbole, congruente a quella di equazione $x^2 - y^2 = 16$, con centro nell'origine e asse focale inclinato di $\pi/6$ rispetto al semiasse positivo delle x .

[$x^2 - y^2 + 2\sqrt{3}xy = 32$]

Esercizio A.4 Nel sistema operativo Windows i nomi dei file possono contenere 84 caratteri ASCII differenti. Quanti filename diversi di 14 caratteri puoi creare, se nessuno di essi può essere ripetuto? Scrivi la soluzione con sei cifre significative.

[$2,76681 \times 10^{26}$]

Esercizio A.5 Risolvi la seguente equazione:

$$\binom{x+1}{4} = \binom{x}{3} + \frac{7}{4} \binom{x-1}{3}. \quad [7]$$

Esercizio A.6 Nello spazio cartesiano scrivi l'equazione del piano che passa per i punti $A(3; 1; 3)$, $B(-4; -2; 2)$ e $C(-5; 3; 10)$.

[$x - 3y + 2z = 6$]

Esercizio A.7 (Speciale) Un ellissoide di rotazione (o ellissoide oblato) è il luogo dei punti dello spazio per i quali è costante la somma delle distanze da due punti fissi detti "fuochi".

Scrivi l'equazione cartesiana di tale superficie nel caso in cui la somma delle distanze è pari a $2a$ e i fuochi si trovano nei punti $F_1(0; -c; 0)$ e $F_2(0; c; 0)$.

[$x^2/b^2 + y^2/a^2 + z^2/b^2 = 1$]

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Il diametro AB di una semicirconferenza di raggio $l\sqrt{3}$ è anche uno dei lati del triangolo isoscele ABC , posto dalla parte opposta della semicirconferenza rispetto al segmento AB . Gli angoli alla base di ABC hanno ampiezza pari a $\pi/6$. Verifica quindi che i suoi lati obliqui sono lunghi $2l$.

Indica con P un punto generico della semicirconferenza e determina il valore dell'angolo $\widehat{BAP} = x$ in modo che valga la relazione $\overline{CP}^2 = 7l^2$. [$\pi/6, \pi/3$]

Esercizio B.2 Date le rette $r : y = -3x$ e $s : y = -x/2$, determina l'equazione di una terza retta t , passante per l'origine, in modo che valga la relazione $\widehat{rs} = \widehat{st}$. [$y=x/3$]

Esercizio B.3 Scrivi l'equazione di un'iperbole, congruente a quella di equazione $x^2 - y^2 = 9$, con centro nell'origine e asse focale inclinato di $\pi/3$ rispetto al semiasse positivo delle x . [$y^2 - x^2 + 2\sqrt{3}xy = 18$]

Esercizio B.4 La codifica ASCII contiene 94 caratteri stampabili. Quante diverse stringhe di 12 caratteri è possibile costruire con tali caratteri, se nessuno di essi deve essere ripetuto? Scrivi la risposta con sei cifre significative. [$2,28744 \times 10^{23}$]

Esercizio B.5 Risolvi la seguente equazione:

$$2 \binom{x+1}{3} - \frac{1}{2} \binom{x}{2} = \binom{x+2}{3}. \quad [5]$$

Esercizio B.6 Nello spazio cartesiano scrivi l'equazione del piano che passa per i punti $P(2; -6; 1)$, $Q(1; 1; -2)$ e $R(7; -2; 3)$. [$2x - y - 3z = 7$]

Esercizio B.7 (Speciale) Un ellissoide di rotazione (o ellissoide oblato) è il luogo dei punti dello spazio per i quali è costante la somma delle distanze da due punti fissi detti "fuochi".

Scrivi l'equazione cartesiana di tale superficie nel caso in cui la somma delle distanze è pari a $2a$ e i fuochi si trovano nei punti $F_1(0; 0; -c)$ e $F_2(0; 0; c)$.

$$[x^2/b^2 + y^2/b^2 + z^2/a^2 = 1]$$

Buon Lavoro!