

COMPITO A

Esercizio A.1 Risolvi la seguente disequazione goniometrica:

$$4 \sin x \cos x + 2\sqrt{3} \cos x - 2\sqrt{3} \sin x - 3 < 0.$$

$$[\pi/6 + 2k\pi < x < 4\pi/3 + 2k\pi \vee 5\pi/3 + 2k\pi < x < 11\pi/6 + 2k\pi]$$

Esercizio A.2 Nel piano cartesiano sono date le rette $r : y = -x/2$ e $s : y = x/4$. Determina l'equazione di una terza retta t , passante per l'origine, che forma con la direzione positiva dell'asse x un angolo pari al doppio dell'angolo $\widehat{rs}$. [$y=84x/13$]

Esercizio A.3 Risolvi i seguenti triangoli, di cui sono noti:

$$\alpha_1 = \frac{3}{4}\pi, \quad a_1 = 8(\sqrt{3} + 1), \quad b_1 = 4\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1);$$

$$\alpha_2 = \frac{\pi}{4}, \quad b_2 = 6\sqrt{6}, \quad c_2 = 6(\sqrt{3} - 1).$$

Determina poi il raggio della circonferenza circoscritta al secondo dei triangoli precedenti.

$$[c_1=8, \beta_1=\pi/6, \gamma_1=\pi/12; a_2=12, \beta_2=2\pi/3, \gamma_2=\pi/12; R=6\sqrt{2}]$$

Esercizio A.4 Indica con C un punto del quarto di circonferenza AOB di centro O e raggio r . Chiama E la proiezione del punto B sul segmento OC e indica con F l'ulteriore proiezione di E sul raggio OB .

Determina il valore dell'angolo $\widehat{BOC}$ in modo che valga la relazione

$$\sqrt{3} \overline{OE} + 2 \overline{OF} = 3r. \quad [\pi/6]$$

Esercizio A.5 Nel triangolo equilatero ABC , il cui lato è lungo l , conduci per A una semiretta che interseca il lato BC nel punto D .

Determina l'angolo $\widehat{BAD}$ in modo che valga la relazione:

$$\overline{BD} + \sqrt{2} \overline{AD} = 2l. \quad [\pi/4]$$

Esercizio A.6 (Speciale) Considera la funzione

$$y = f(t) = a(3 \cos \omega t - \sqrt{3} \sin \omega t).$$

Con una tecnica analoga a quella che si utilizza in relazione al metodo dell'angolo aggiunto esprimi $f(t)$ come una cosinusoide traslata. Disegna la funzione così ottenuta evidenziando il valore dell'ampiezza dell'onda descritta da $f(t)$ e la sua fase iniziale. [$2a\sqrt{3} \quad \pi/6$]

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Risolvi la seguente disequazione goniometrica:

$$4 \sin x \cos x - 2 \cos x + 2 \sin x - 1 > 0.$$

$$[\pi/6 + 2k\pi < x < 2\pi/3 + 2k\pi \vee 5\pi/6 + 2k\pi < x < 4\pi/3]$$

Esercizio B.2 Nel piano cartesiano sono date le rette $r : y = -x/3$ e $s : y = x/6$. Determina l'equazione di una terza retta t , passante per l'origine, che forma con la direzione positiva dell'asse x un angolo pari al doppio dell'angolo $\widehat{rs}$. [$y=153x/104$]

Esercizio B.3 Risolvi i seguenti triangoli, di cui sono noti:

$$\alpha_1 = \frac{2}{3}\pi, \quad a_1 = 2\sqrt{6}(\sqrt{3} + 1), \quad c_1 = 4(\sqrt{3} + 1).$$

$$a_2 = 2(3 - \sqrt{3}), \quad b_2 = 4\sqrt{3}, \quad \gamma = \pi/6.$$

Determina poi l'area del primo dei triangoli precedenti.

$$[\beta_1 = \pi/12, \gamma_1 = \pi/4, b_1 = 4; S = 4\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1) \quad c_2 = 2\sqrt{6}, \alpha_2 = \pi/12, \beta_2 = 3\pi/4]$$

Esercizio B.4 Indica con D un punto del quarto di circonferenza AOB di centro O e raggio r . Chiama P la proiezione del punto A sul segmento OD e indica con Q l'ulteriore proiezione di P sul raggio OB .

Determina il valore dell'angolo $\widehat{AOD}$ in modo che valga la relazione

$$\overline{OP} + 2\overline{QP} = r. \quad [\pi/3]$$

Esercizio B.5 Nel triangolo isoscele ABC , retto nel vertice A e con l'ipotenusa lunga L , conduci per B una semiretta che interseca il lato AC nel punto P .

Determina l'angolo $\widehat{CBP}$ in modo che valga la relazione:

$$\sqrt{3} \overline{BP} + \sqrt{2} \overline{CP} = 2L. \quad [\pi/6]$$

Esercizio B.6 (Speciale) Considera la funzione

$$y = f(t) = a(\sqrt{3} \cos \omega t + 3 \sin \omega t).$$

Con una tecnica analoga a quella che si utilizza in relazione al metodo dell'angolo aggiunto esprimi $f(t)$ come una cosinusoide traslata. Disegna la funzione così ottenuta evidenziando il valore dell'ampiezza dell'onda descritta da $f(t)$ e la sua fase iniziale. [$2a\sqrt{3}, -\pi/3$]

Buon Lavoro!