

COMPITO A

Esercizio A.1 Risolvi le seguenti disequazioni:

$$4\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} - 9\left(\frac{1}{2}\right)^x + 2 < 0, \quad \frac{\log_2(x^2 + 3) - \log_2(4x)}{\log_{1/4} x + 1} > 0.$$
$$[-1 < x < 2; 0 < x < 1 \vee 3 < x < 4]$$

Esercizio A.2 Risolvi la seguente disequazione:

$$3^{\log_2(15x+1)} > 9^{\log_2(x+3)}.$$
$$[1 < x < 8]$$

Esercizio A.3 Risolvi il seguente sistema usando il metodo della matrice inversa:

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x - 2y + z = -1 \\ x - 3y + 3z = 4 \end{cases}$$
$$[1; 4; 5; \text{inversa: } [[3/4, 0, 1/4], [5/4, -1, 3/4], [1, -1, 1]]]$$

Esercizio A.4 Determina l'incognita z del seguente sistema usando il metodo di Cramer:

$$\begin{cases} 3x + y + z - t = 5 \\ x - z = -2 \\ x + y = 2 \\ 2z + t = 8 \end{cases}$$
$$[1, 1, 3, 2; D = 5, D_z = 15]$$

Esercizio A.5 Determina il rango della seguente matrice al variare del valore del parametro k :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ k & 2 & k+1 \\ 2 & -1 & k+1 \end{bmatrix}$$
$$[k = -1 \vee k = 5: \text{rango } 2; \text{altrimenti rango } 3]$$

Esercizio A.6 (Speciale) Determina i coefficienti incogniti nella legge

$$\begin{cases} X = ax + by \\ Y = cx + dy \end{cases} \quad (*)$$

di trasformazione delle coordinate di un punto sotto una rotazione attiva di un angolo α (che lasci fissa l'origine) individuando come variano, sotto tale trasformazione, *a)* le coordinate di un punto dell'asse x ; *b)* le coordinate di un punto sull'asse y , e imponendo che la trasformazione (*) descriva tale variazione.

$$[X = x \cos \alpha - y \sin \alpha; Y = x \sin \alpha + y \cos \alpha]$$

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Risolvi le seguenti disequazioni:

$$9 \left(\frac{1}{3}\right)^{2x} - 28 \left(\frac{1}{3}\right)^x + 3 > 0, \quad \frac{\log_{1/2} x + 1}{\log_7(x^2 + 4) - \log_7(5x)} < 0.$$
$$[x < -1 \vee x > 2; 1 < x < 2 \vee x > 4]$$

Esercizio B.2 Risolvi la seguente disequazione:

$$4^{\log_3(x+1)} < 2^{\log_3(4x+1)}.$$
$$[0 < x < 2]$$

Esercizio B.3 Risolvi il seguente sistema usando il metodo della matrice inversa:

$$\begin{cases} x - 2y - z = 5 \\ 2x - y - 3z = 8 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$
$$[2; -1; -1; \text{inversa: } [[2/9, 1/9, 5/9], [-5/3, 2/9, 1/9], [1/3, -1/3, 1/3]]]$$

Esercizio B.4 Determina l'incognita y del seguente sistema usando il metodo di Cramer:

$$\begin{cases} 3x + y + 2z + t = 5 \\ x - y = 4 \\ x + z = 3 \\ z - 2t = 3 \end{cases}$$
$$[2, -2, 1, -1; D = 3, D_y = -6]$$

Esercizio B.5 Determina il rango della seguente matrice al variare del valore del parametro k :

$$\begin{bmatrix} k & k+1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & k \end{bmatrix}$$
$$[k = -1 \vee k = 4: \text{rango } 2; \text{altrimenti rango } 3]$$

Esercizio B.6 (Speciale) Determina i coefficienti incogniti nella legge

$$\begin{cases} X = ax + by \\ Y = cx + dy \end{cases}.$$
$$(*)$$

di trasformazione delle coordinate di un punto sotto una rotazione degli assi coordinati di un angolo α individuando come variano, sotto tale trasformazione, a) le coordinate di un punto dell'asse x ; b) le coordinate di un punto dell'asse y , e imponendo che la trasformazione (*) descriva tale variazione.

$$[X = x \cos \alpha + y \sin \alpha; Y = -x \sin \alpha + y \cos \alpha]$$

Buon Lavoro!