

COMPITO A

Esercizio A.1 Risolvi il seguente sistema:

$$\begin{cases} \log_{1/2}(x+1) - \log_{1/2}(x-1) < \log_{1/2}(2x-4) \\ 3^{2x+1} - 244 \cdot 3^x + 81 < 0 \end{cases} . \quad [2 < x < 3]$$

Esercizio A.2 Risolvi la seguente disequazione:

$$1 + \log_3(4^x - 4) > \log_3 2 + \log_3(4^x + 2) . \quad [x > 2]$$

Esercizio A.3 In un cono la somma del raggio di base con il doppio dell'altezza vale $56a$, mentre la differenza tra l'altezza e il raggio di base vale $16a$. Calcola:

- a) il volume del cono;
- b) la sua area laterale;
- c) l'area della sezione del cono che si ottiene intersecandolo con un piano, parallelo al piano di base, che dista dalla base un quarto dell'altezza.

$$[512\pi a^3; 64\pi\sqrt{10}a; 36\pi a^2]$$

Esercizio A.4 Dato un cono di vertice A , con raggio di base r e altezza $h = 3r$, inscrivi in esso un cilindro con la base sul piano di base del cono; il centro della base superiore del cilindro è B . Indica con V_1 il volume del cilindro e con V_2 il volume della sfera di raggio $\overline{AB}$.

Determina il raggio del cilindro in modo che valga la relazione

$$V_2 = 6 V_1$$

e trova la superficie laterale della sfera circoscritta al cono piccolo di vertice A che ha come base il cerchio di centro B .

$$[r/3; (100/81)\pi r^2]$$

Esercizio A.5 (Speciale) In una piramide regolare retta la base è un poligono regolare di 24 lati inscritto in una circonferenza di raggio r , mentre l'altezza è lunga $\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)r$.

Calcola il volume della piramide.

$$[4r^3]$$

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Risolvi il seguente sistema:

$$\begin{cases} \log_{1/3}(4x+1) < \log_{1/3}(14x-1) - \log_{1/3}(x+1) \\ 2^{2x+1} - 65 \cdot 2^x + 32 < 0 \end{cases} .$$
$$[1/14 < x < 1/4 \vee 2 < x < 5]$$

Esercizio B.2 Risolvi la seguente disequazione:

$$1 + \log_4(5^x - 1) < \log_4 3 + \log_4(5^x + 7) . \quad [0 < x < 2]$$

Esercizio B.3 In una piramide regolare a base quadrata la somma del triplo del lato di base con l'altezza vale $72a$, mentre l'altezza è tre volte il lato di base. Calcola:

- a) il volume della piramide;
- b) la sua area laterale;
- c) l'area della sezione della piramide che si ottiene intersecandola con un piano, parallelo al piano di base, che dista dalla base un terzo dell'altezza.

$$[1728a^3; 144\sqrt{37}a^2; 64a^2]$$

Esercizio B.4 Dato un cono di vertice B , con raggio di base r e altezza $h = 2r$, inscrivi in esso un cilindro con la base sul piano di base del cono. Indica con V_1 il volume del cilindro e con V_2 il volume del cono che ha come base la base superiore del cilindro e come vertice il punto B .

Determina il raggio del cilindro in modo che valga la relazione

$$2V_1 = 3V_2$$

e trova la superficie laterale della sfera circoscritta al cono piccolo così determinato.

$$[2r/3; 25\pi r^2/9]$$

Esercizio B.5 (Speciale) In una piramide regolare retta la base è un poligono regolare di 16 lati inscritto in una circonferenza di raggio r , mentre l'altezza è lunga $3\sqrt{2}r\sqrt{2+\sqrt{2}}$.

Calcola il volume della piramide.

$$[8r^3]$$

Buon Lavoro!