Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 4S
VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 21.05.2022

COMPITO A

Esercizio A.1 Considera una semicirconferenza di diametro $\overline{MN} = 2r$; indica con C un punto della semicirconferenza. Poi D è la proiezione di C su MN. Determina l'angolo $N\hat{M}C$ in modo che valga la relazione $\sqrt{2}\,\overline{MC} + \overline{MD} = 3r$.

[$\pi/4$]

Esercizio A.2 Una semicirconferenza ha diametro $\overline{AB} = 5D$. Sul diametro indica con E il punto che dista $3D$ da B, mentre P è un punto variabile sulla semicirconferenza. Determina l'angolo $B\hat{A}P$ in modo che valga la relazione $3\overline{PB}^2 - 5\overline{PE}^2 + \overline{AB}^2 = 5\,D^2$. [$\pi/6$]

Esercizio A.3 Calcola il valore della seguente espressione

$$\frac{5\sqrt{2}\left[\cos\left(\frac{27}{16}\pi\right) + i\,\mathrm{sen}\left(\frac{27}{16}\pi\right)\right]}{\left[\cos\left(\frac{5}{24}\pi\right) + i\,\mathrm{sen}\left(\frac{5}{24}\pi\right)\right]\left[\cos\left(\frac{35}{48}\pi\right) + i\,\mathrm{sen}\left(\frac{35}{48}\pi\right)\right]}\,.$$

[$-5+5\,i$]

Esercizio A.4 Dato il numero $z = -128(1+\sqrt{3}\,i)$, scrivine esplicitamente la radice ottava con l'argomento più piccolo e quella con il settimo argomento in ordine crescente. [$\sqrt{3}+i$; $1-\sqrt{3}\,i$]

Esercizio A.5 Risolvi in campo complesso la seguente equazione a coefficienti reali:

$$z^2 - 8\,z + 25 = 0.$$

[$4\pm 3\,i$]

Esercizio A.6 Risolvi la seguente equazione a coefficienti complessi

$$z^3 + (1-3\,i)\;z^2 - (4\,i+1)\;z - 5\,i + 5 = 0.$$

[$-i$, $1+3i$, $-2+i$]

Esercizio A.7 (Speciale) Due radici quinte di -1, consecutive nel piano di Gauss, sono

$$w_1 = \frac{\sqrt{5}+1}{4} + i\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{8}} \qquad \text{e} \qquad w_2 = \frac{-\sqrt{5}+1}{4} + i\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{8}}$$

da queste informazioni calcola il valore di $\cos(2\pi/5)$. [$(\sqrt{5}-1)/4$]

Buon Lavoro!

Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 4S
VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 21.05.2022

COMPITO B

Esercizio B.1 Considera una semicirconferenza di diametro $\overline{DE} = 2r$; indica con P un punto della semicirconferenza. Poi Q è la proiezione di P su DE. Determina l'angolo $E\hat{D}P$ in modo che valga la relazione $\sqrt{3}\,\overline{PQ} + \overline{DQ} = 2r$. [0; $\pi/3$]

Esercizio B.2 Una semicirconferenza ha diametro $\overline{AB} = 4L$. Sul diametro indica con C il punto che dista L da B, mentre D è un punto variabile sulla semicirconferenza. Determina l'angolo $B\hat{A}D$ in modo che valga la relazione $2\overline{DC}^2 + \overline{BD}^2 = 18\,L^2$. [$\pi/4$]

Esercizio B.3 Calcola il valore della seguente espressione

$$4\sqrt{2}\left[\cos\left(\frac{7}{15}\pi\right) + i\,\mathrm{sen}\left(\frac{7}{15}\pi\right)\right]\frac{\cos\left(\frac{11}{30}\pi\right) + i\,\mathrm{sen}\left(\frac{11}{30}\pi\right)}{\cos\left(\frac{7}{12}\pi\right) + i\,\mathrm{sen}\left(\frac{7}{12}\pi\right)}.$$ [$4+4i$]

Esercizio B.4 Dato il numero $z = 128(-1 + \sqrt{3}\,i)$, scrivine esplicitamente la seconda radice ottava in ordine crescente dell'argomento e la quarta nello stesso ordine. [$1+\sqrt{3}\,i$; $-\sqrt{3}+i$]

Esercizio B.5 Risolvi in campo complesso la seguente equazione a coefficienti reali:

$$z^2 + 10\,z + 29 = 0.$$ [$-5\pm 2\,i$]

Esercizio B.6 Risolvi la seguente equazione a coefficienti complessi:

$$z^3 - z^2 + (8\,i + 5)\,z - 4\,i + 7 = 0.$$ [i, $2-3\,i$, $-1+2\,i$]

Esercizio B.7 (Speciale) Due radici quinte di i, consecutive nel piano di Gauss, sono

$$w_3 = -\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{8}} + i\frac{\sqrt{5}-1}{4} \qquad \text{e} \qquad w_4 = -\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{8}} - i\frac{\sqrt{5}+1}{4}$$

da queste informazioni calcola il valore di $\cos(2\pi/5)$. [$(\sqrt{5}-1)/4$]

Buon Lavoro!