

COMPITO A

Esercizio A.1 Risolvi le seguenti disequazioni goniometriche:

$$(3 + \sqrt{3}) \operatorname{sen}^2 x + (\sqrt{3} - 3) \operatorname{sen} x \cos x > \sqrt{3}, \quad \frac{2 \cos x + 1}{2 \operatorname{sen} x - \sqrt{2}} < 0.$$

$$[\pi/4 + k\pi < x < 5\pi/6 + k\pi; -2\pi/3 + 2k\pi < x < \pi/4 + 2k\pi \vee 2\pi/3 + 2k\pi < x < 3\pi/4 + 2k\pi]$$

Esercizio A.2 Risolvi i seguenti due triangoli:

$$b_1 = 4\sqrt{2}, c_1 = 4, \gamma_1 = \frac{\pi}{6}; \quad a_2 = 4\sqrt{6}, b_2 = 4(\sqrt{3} + 1), c_2 = 8.$$

$$[\beta_1 = \pi/4, \alpha_1 = 7\pi/12; a_1 = 2\sqrt{2}(\sqrt{3}-1); \beta_1 = 3\pi/4, \alpha_1 = \pi/12; \alpha_2 = \pi/3, \beta_2 = 5\pi/12; \gamma_2 = \pi/4]$$

Esercizio A.3 I punti P e Q sono posti su una semicirconferenza di diametro $\overline{MN} = 2r$ in modo che si abbia $\widehat{PMQ} = \pi/6$ e che il punto P sia compreso tra N e Q . Determina l'angolo \widehat{NMP} in modo che valga la relazione $\sqrt{2}(\overline{PN} + \overline{MQ}) = r(1 + \sqrt{3})$. [$\pi/12, \pi/4$]

Esercizio A.4 In una circonferenza di raggio r è data una corda $\overline{AB} = r\sqrt{2}$. Dal punto B si conduce la tangente t alla circonferenza. Il punto P appartiene a t e si trova, rispetto alla retta AB , dalla stessa parte in cui si trova il centro della circonferenza.

Determina l'angolo \widehat{BAP} in modo che valga la relazione $\overline{BP} = r(\sqrt{3} + 1)$. [$\pi/6$]

Esercizio A.5 Calcola il valore della seguente espressione:

$$\frac{[\cos(\frac{7\pi}{15}) + i \operatorname{sen}(\frac{7\pi}{15})]^3}{[\cos(\frac{2\pi}{7}) + i \operatorname{sen}(\frac{2\pi}{7})]^2} \cdot e^{\frac{117}{70}\pi i}. \quad [i]$$

Esercizio A.6 Risolvi in campo complesso l'equazione:

$$z^3 + (2 + 2i)z^2 - (2 - 3i)z + 5i + 5 = 0. \quad [i, -3-i, 1-2i]$$

Esercizio A.7 (Speciale) Tra le radici quinte complesse di -1 , determina quella con il minimo valore positivo dell'argomento. Ricorda che $\operatorname{sen}(\pi/10) = (\sqrt{5} - 1)/4$.

$$\{[(\sqrt{5}+1)+i(\sqrt{10-2\sqrt{5}})]/4\}$$

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Risolvi le seguenti disequazioni goniometriche:

$$(3 + \sqrt{3}) \sin^2 x + (3 - \sqrt{3}) \sin x \cos x < \sqrt{3}, \quad \frac{2 \cos x + \sqrt{2}}{2 \sin x - \sqrt{3}} > 0.$$

$$[-\pi/4+k\pi < x < \pi/6+k\pi; \pi/3+2k\pi < x < 2\pi/3+2k\pi \vee 3\pi/4+2k\pi < x < 5\pi/4+2k\pi]$$

Esercizio B.2 Risolvi i seguenti due triangoli:

$$a_1 = 4(\sqrt{3} + 1), \alpha_1 = \frac{\pi}{4}, c_1 = 2\sqrt{6}(\sqrt{3} + 1); \quad a_2 = 2\sqrt{2}, b_2 = 2(\sqrt{3} + 1), c_2 = 4.$$

$$[\gamma_1=\pi/3, \beta_1=5\pi/12, b_1=4(2+\sqrt{3}); \gamma_1=2\pi/3, \beta_1=\pi/12, b_1=2; \alpha_2=\pi/6, \beta_2=7\pi/12, \gamma_2=\pi/4]$$

Esercizio B.3 D è un punto generico sulla semicirconferenza di diametro $\overline{AB} = 2r$. Sulla stessa semicirconferenza il punto C è compreso tra B e D in modo che si abbia $\widehat{CAD} = \pi/4$. Determina l'angolo \overline{BAD} in modo che valga la relazione $2\overline{BD} - \overline{AC} \sqrt{2} = r(\sqrt{3} - 1)$. $[\pi/3]$

Esercizio B.4 In una circonferenza di raggio r è data una corda $\overline{CD} = r\sqrt{2}$. Dal punto C si conduce la tangente t alla circonferenza. Il punto E appartiene a t e si trova, rispetto alla retta CD , dalla parte opposta rispetto a quella in cui si trova il centro della circonferenza.

Determina l'angolo \widehat{CDE} in modo che valga la relazione $\overline{EC} = r(3 - \sqrt{3})$. $[\pi/3]$

Esercizio B.5 Calcola il valore della seguente espressione:

$$\frac{(\cos(\frac{2\pi}{9}) + i \sin(\frac{2\pi}{9}))^2}{(\cos(\frac{\pi}{10}) + i \sin(\frac{\pi}{10}))^4} \cdot e^{\frac{131\pi i}{90}}. \quad [-i]$$

Esercizio B.6 Risolvi in campo complesso l'equazione:

$$z^3 + (2i - 4)z^2 + (4 - 3i)z + 5i - 1 = 0. \quad [-i, 1+i, 3-2i]$$

Esercizio B.7 (Speciale) Tra le radici quinte complesse di $+1$, determina quella diversa da $+1$ ma con il minimo valore positivo dell'argomento.

Utilizza il fatto che $\cos(\pi/5) = (\sqrt{5} + 1)/4$. $\{(\sqrt{5}-1)+i(\sqrt{10+2\sqrt{5}})\}/4$

Buon Lavoro!