Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 4S

VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 14.03.2016

COMPITO A

Esercizio A.1 Risolvi le seguenti disequazioni goniometriche:

$$4\cos^2 x - 1 > 0\,; \qquad \sqrt{3}\,\mathrm{sen}\, x + \cos x < 0\,.$$

[$-\pi/3+k\pi<x<\pi/3+k\pi$; $5\pi/6+2k\pi<x<11\pi/6+2k\pi$]

Esercizio A.2 Risolvi la seguente disequazione goniometrica:

$$2\,\mathrm{sen}^2 x - \sqrt{2}\ \mathrm{sen}\, x\cos x + \sqrt{2}\ \cos^2 x > 1\,.$$

[$\pi/4+k\pi<x<9\pi/8+k\pi$]

Esercizio A.3 Risolvi i triangoli qualunque di cui sono noti i seguenti elementi:

$$\gamma_1 = \frac{\pi}{4}\,,\ c_1 = 6\sqrt{3}\,,\ b_1 = 9\sqrt{2}\,; \qquad a_2 = 2\sqrt{2}\,,\ b_2 = 2\,,\ c_2 = \sqrt{2}(\sqrt{3}+1).$$

[$\alpha_1=5\pi/12$, $\beta_1=\pi/3$, $a_1=3\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)$; $\alpha_1=\pi/12$, $\beta_1=2\pi/3$, $a_1=3\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)$; $\alpha_2=\pi/4$, $\beta_2=\pi/6$, $\gamma_2=7\pi/12$]

Esercizio A.4 Considera un quarto di circonferenza di centro O e con i raggi $\overline{OA} = \overline{OB} = r$. Indica con P un punto generico sull'arco AB e chiama M e N le proiezioni, rispettivamente, di A e di B sul segmento OP. Usando un'incognita angolare, determina la posizione di P in modo che valga la relazione

$$2\,\overline{BN} - \overline{AM} = \frac{2-\sqrt{3}}{2}\,r.$$

Indica poi con D il punto di OA tale che $\overline{OD} = \sqrt{3}\,r/2$. Nella figura che corrisponde alla soluzione trovata, determina il valore della distanza $\overline{DM}$. [$A\hat{O}B=\pi/3$; $r/2$]

Esercizio A.5 Un triangolo ABC ha due lati di lunghezza $\overline{AC} = 3L$ e $\overline{BC} = 4L$. Inoltre il punto D è la proiezione del vertice A sul lato BC. Determina l'ampiezza dell'angolo **acuto** $A\hat{C}B$ in modo che valga la relazione

$$2\,S(ABC) + \overline{CD}\cdot\overline{BC} = 12\,\sqrt{2}\,L^2\,,$$

dove $S(ABC)$ è l'area del triangolo ABC. [$\pi/4$]

Esercizio A.6 (Speciale) Senza usare la calcolatrice scientifica, determina il valore dell'angolo

$$\alpha = \mathrm{arcsen}\left(\frac{5}{2\sqrt{7}}\right) - \arccos\left(\frac{2}{\sqrt{7}}\right)\,.$$

[$\pi/6$]

Buon Lavoro!

Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 4S

VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 14.03.2016

COMPITO B

Esercizio B.1 Risolvi le seguenti disequazioni goniometriche:

$$2\,\text{sen}^2 x - 1 < 0\,; \qquad \text{sen}\, x - \sqrt{3}\cos x > 0\,.$$

[$-\pi/4+k\pi<x<\pi/4+l\pi$; $\pi/3+2k\pi<x<4\pi/3+2k\pi$]

Esercizio B.2 Risolvi la seguente disequazione goniometrica:

$$2\,\text{sen}^2 x - \sqrt{2}\ \text{sen}\, x\cos x - \sqrt{2}\ \cos^2 x < 1\,.$$

[$-\pi/4+k\pi<x<3\pi/8+k\pi$]

Esercizio B.3 Risolvi i triangoli qualunque di cui sono noti i seguenti elementi:

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{6}\,,\ a_1 = 2\sqrt{3}\,,\ c_1 = 2\sqrt{6}\,; \qquad a_2 = 6,\ b_2 = 3\sqrt{6},\ c_2 = 3(\sqrt{3}+1)\,.$$

[$\beta_1=7\pi/12$, $\gamma_1=\pi/4$, $b_1=\sqrt{6}(\sqrt{3}+1)$; $\beta_1=\pi/12$, $\gamma_1=3\pi/4$, $b_1=\sqrt{6}(\sqrt{3}-1)$; $\alpha_2=\pi/4$, $\beta_2=\pi/3$, $\gamma_2=5\pi/12$]

Esercizio B.4 Considera un quarto di circonferenza di centro A e con i raggi $\overline{AB} = \overline{AC} = r$. Indica con D un punto generico sull'arco BC e chiama E e F le proiezioni, rispettivamente, di B e di C sul segmento AD. Usando un'incognita angolare, determina la posizione di D in modo che valga la relazione

$$2\,\overline{AF} - \overline{AE} = \frac{\sqrt{2}}{2}\,r.$$

Indica poi con M il punto medio di AB. Nella figura che corrisponde alla soluzione trovata, determina il valore della distanza $\overline{EM}$.

[$\pi/4$; $\sqrt{2}\,r/2$]

Esercizio B.5 Un triangolo ABC ha due lati di lunghezza $\overline{AB} = 2l$ e $\overline{AC} = 3l$. Inoltre il punto H è la proiezione del vertice C sul lato AB. Determina l'ampiezza dell'angolo **acuto** $B\hat{A}C$ in modo che valga la relazione

$$2\,S(ABC) + \sqrt{3}\,\overline{AH}\cdot\overline{AB} = 6\,\sqrt{3}\,l^2\,,$$

dove $S(ABC)$ è l'area del triangolo ABC.

[$\pi/3$]

Esercizio B.6 (Speciale) Senza usare la calcolatrice scientifica, determina il valore dell'angolo

$$\beta = \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}\right) - \text{arcsen}\left(\frac{1}{\sqrt{13}}\right)\,.$$

[$\pi/3$]

Buon Lavoro!