

Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 4S
VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 11.04.2014

COMPITO A

Esercizio A.1 Risolvi la seguente disequazione goniometrica:

$$\sin x + \cos x < 0. \quad [3\pi/4 + 2k\pi < x < 7\pi/4 + 2k\pi]$$

Esercizio A.2 Risolvi le seguenti equazioni esponenziali:

$$\frac{27^{x+1}}{\sqrt{x+2} \sqrt{3^{x+8}}} = \frac{2^{x+4} \sqrt{3^{3x+4}}}{9 \cdot 9^{-2x}}; \quad 2^{3x+3} - 5 \cdot 2^{3x+1} + 3 \cdot 2^{3x} + 2^{3x-1} = 96.$$

[0; 2]

Esercizio A.3 Il radon-222 è un gas nobile radioattivo che si sprigiona soprattutto dal terreno e da alcuni materiali da costruzione. Esso decade in polonio-218 con la legge di decadimento

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-t/\tau}.$$

Si effettua una misura da cui si ottiene che dopo un tempo di $2,85 \times 10^5$ s il numero di nuclei radiattivi di radon si è ridotto al 55% del valore iniziale.

Determina il valore della vita media τ del radon-222. [4,77 × 10⁵ s]

Esercizio A.4 Risolvi le seguenti disequazioni esponenziali:

$$11^{x+1} \cdot 2^{-x-1} > 23 \cdot 7^{2x+1}; \quad 2 \cdot 3^{x^2+1} > \left| \cos \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) \right|.$$

[$x < (\ln 2 + \ln 23 + \ln 7 - \ln 11) / (\ln 11 - \ln 2 - 2 \ln 7)$; $\mathbb{R}$]

Esercizio A.5 Risolvi le seguenti equazioni logaritmiche:

$$\log_3(3x - 3) - \log_3(2x - 6) = 2 + \log_3(x - 5) - \log_3(x + 1);$$
$$\log_2(x - 1)^3 - \log_2 \sqrt[9]{x - 1} - \log_8(x - 1) = 23 \cdot \log_{125} 5.$$

[7; 9]

Esercizio A.6 Risolvi la seguente disequazione logaritmica:

$$3 \cdot \log_{1/4}^2 x + 4 \cdot \log_{1/4} x - 4 > 0. \quad [0 < x < \sqrt[3]{1/16} \vee x > 16;]$$

Esercizio A.7 (Speciale) Disegna (non per punti) il grafico della funzione

$$y = f(x) = \log_2(\cos x).$$

Determina anche le coordinate di alcuni punti rilevanti della curva.

Buon Lavoro!

Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 4S
VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 11.04.2014

COMPITO B

Esercizio B.1 Risolvi la seguente disequazione goniometrica:

$$\sin x - \cos x > 0. \quad [\pi/4 + 2k\pi < x < 5\pi/4 + 2k\pi]$$

Esercizio B.2 Risolvi le seguenti equazioni esponenziali:

$$\frac{\sqrt[x+1]{2^{x+2}}}{4^{2-3x}} = \frac{16^x}{2 \cdot \sqrt[2x+2]{2^{x-3}}}; \quad 3^{2x+4} - 2 \cdot 3^{2x+3} - 7 \cdot 3^{2x} - 3^{2x-1} = 177.$$

[1; 1]

Esercizio B.3 Il cesio-137 è un metallo radioattivo artificiale che si forma nella fissione dell'uranio. Esso decade in bario-137 con la legge di decadimento

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-t/\tau},$$

dove la vita media vale $\tau = 9,52 \times 10^8$ s.

Calcola dopo quanto un campione di cesio-137 ha ridotto il numero di nuclei radioattivi al 45% del valore iniziale. [7,6 × 10⁸ s]

Esercizio B.4 Risolvi le seguenti disequazioni esponenziali:

$$5 \cdot 2^{x+3} < 3^{4x+1} \cdot 11^{-x}; \quad 5 \cdot 2^{x^4} > \left| \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) \right|.$$

[$x > (\ln 3 - \ln 5 - 3 \ln 2) / (\ln 2 + \ln 11 - 4 \ln 3)$; $\mathbb{R}$]

Esercizio B.5 Risolvi le seguenti equazioni logaritmiche:

$$\log_2(x+2) - \log_2(x-3) - 2 = \log_2(2x-3) - \log_2(x+3);$$
$$\log_3 \sqrt[4]{x+1} - \log_9(x+1) + \log_3(x+1)^2 = 7 \cdot \log_{625} 25.$$

[5; 8]

Esercizio B.6 Risolvi la seguente disequazione logaritmica:

$$4 \cdot \log_{1/5}^2 x + \log_{1/5} x - 3 < 0. \quad [\sqrt[4]{1/125} < x < 5]$$

Esercizio B.7 (Speciale) Disegna (non per punti) il grafico della funzione

$$y = f(x) = \log_2(\sin x).$$

Determina anche le coordinate di alcuni punti rilevanti della curva.

Buon Lavoro!