

COMPITO A

**Esercizio A.1** Risolvi le seguenti disequazioni goniometriche:

$$\frac{\sin x - \sqrt{3} \cos x}{\sin x + \cos x - 1} > 0, \quad 4 \sin^2 x - 2(\sqrt{2} - 1) \sin x - \sqrt{2} < 0.$$

**Esercizio A.2** Risolvi le seguenti disequazioni esponenziali:

$$\frac{27^{1-x}}{3^{x-1}} > \frac{3^{2+x}}{9}, \quad 2^{x-1} + 3^{x+1} > 3^{x-1} + 3 \cdot 2^{x+1}.$$

**Esercizio A.3** Risolvi le seguenti disequazioni logaritmiche:

$$\log_{\frac{1}{3}}(2x + 15) - \log_{\frac{1}{3}} x > \log_{\frac{1}{3}} 15 - \log_{\frac{1}{3}}(x - 2), \quad \log_4(\log_{0,7} x) < 0.$$

**Esercizio A.4** Un quarto di cerchio ha centro  $O$  ed è delimitato dai raggi  $OA$  e  $OB$  di lunghezza  $r$ .  $P$  è il punto medio di  $OB$ . Dato un punto  $Q$  sul quarto di circonferenza  $AB$ , indica con  $R$  la proiezione di  $Q$  su  $OA$ .

Determina l'angolo  $\widehat{BOQ}$  in modo che valga la relazione:

$$\overline{QP}^2 + \overline{OR}^2 = \frac{3}{2}r^2.$$

**Esercizio A.5** Date le rette  $s : y = (\sqrt{2} - 1)x$  e  $t : y = 2x$ , determina l'equazione della retta  $r$  tale che  $s$  è la bisettrice dell'angolo  $\hat{r}t$ .

**Esercizio A.6** Risolvi il triangolo qualunque in cui sono noti:  $a = 10$ ,  $c = 5(\sqrt{3} + 1)$ ,  $\beta = \pi/3$ . Poi calcola la lunghezza della bisettrice relativa al lato  $AC$  e la misura del raggio della circonferenza circoscritta.

**Esercizio A.7 (Speciale)** Data la matrice

$$M = \begin{bmatrix} -2 & -2\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} & -2 \end{bmatrix},$$

determina i parametri incogniti della matrice

$$N = \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ c & d \end{bmatrix}$$

in modo che  $N$  sia una "radice quadrata" di  $M$ , cioè in modo che valga  $N^2 = M$ .

**Buon Lavoro!**

COMPITO B

**Esercizio B.1** Risolvi le seguenti disequazioni goniometriche:

$$\frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{3} \sin x + \cos x - 1} < 0, \quad 4 \cos^2 x - 2(\sqrt{3} - 1) \cos x - \sqrt{3} > 0.$$

**Esercizio B.2** Risolvi le seguenti disequazioni esponenziali:

$$\frac{2^{x+1}}{8^{2x}} < \frac{1}{2^{x+5}}, \quad 2 \cdot 3^{x+1} - 2^{x-1} > 3 \cdot 2^{x+1} - 3^{x-1}.$$

**Esercizio B.3** Risolvi le seguenti disequazioni logaritmiche:

$$\log_{\frac{1}{2}} 2 + \log_{\frac{1}{2}}(x - 2) > \log_{\frac{1}{2}}(3x - 1) - \log_{\frac{1}{2}}(x + 1), \quad \log_3(\log_{0,2} x) < 0.$$

**Esercizio B.4** Un quarto di cerchio ha centro  $O$  ed è delimitato dai raggi  $OA$  e  $OB$  di lunghezza  $r$ .  $C$  è il punto medio di  $OA$ . Dato un punto  $P$  sul quarto di circonferenza  $AB$ , indica con  $H$  la proiezione di  $P$  su  $OA$ .

Determina l'angolo  $\widehat{AOP}$  in modo che valga la relazione:

$$\overline{CP}^2 + \sqrt{3} \overline{OA} \overline{HP} = \frac{9}{4} r^2.$$

**Esercizio B.5** Date le rette  $r : y = -x$  e  $s : y = (\sqrt{5} - 2)x$ , determina l'equazione di una terza retta  $t$  tale che  $s$  sia la bisettrice dell'angolo  $\hat{r}t$ .

**Esercizio B.6** Risolvi il triangolo qualunque in cui sono noti:  $a = \sqrt{3} + 1$ ,  $b = 2$ ,  $\gamma = \pi/3$ . Poi calcola la lunghezza della mediana relativa al lato  $AB$  e la misura del raggio della circonferenza inscritta.

**Esercizio B.7 (Speciale)** Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2\sqrt{3} \\ -2\sqrt{3} & 2 \end{bmatrix},$$

determina i parametri incogniti della matrice

$$B = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ c & d \end{bmatrix}$$

in modo che  $B$  sia una "radice quadrata" di  $A$ , cioè in modo che valga  $B^2 = A$ .

**Buon Lavoro!**