

COMPITO A

Esercizio A.1 Date le rette $r : y = -x$ e $s : y = (\sqrt{3} - 2)x$, determina l'equazione di una terza retta t tale che s sia la bisettrice dell'angolo $\hat{r}t$.

Esercizio A.2 Data la parabola $y = 2x^2$, trova l'equazione di una seconda parabola, congruente a quella assegnata e con vertice nell'origine, con il fuoco su una semiretta inclinata di $5\pi/4$ rispetto all'asse x .

Esercizio A.3 Sia data una semicirconferenza di diametro $\overline{AB} = 2r$, e sia t la semiretta tangente in A alla semicirconferenza e giacente, rispetto ad AB , nello stesso semipiano di questa. Detto C il punto di t che ha distanza $r\sqrt{3}$ da A , determina un punto P sulla semicirconferenza in modo che valga $5r^2/2$ la somma dell'area del quadrato costruito su CP con l'area del triangolo PAB moltiplicata per $\sqrt{3}$.

Esercizio A.4 Risolvi le seguenti equazioni e disequazioni esponenziali:

$$\frac{(5^{2x-1})^{x+1} \cdot 25^{x-2}}{125^{x-1}} = 1, \quad 3^x + 3^{x-3} - 3^{x-4} + 3^{x-5} = 250, \quad 2^{x+3} + 4^{x+1} < 320.$$

Esercizio A.5 Risolvi i seguenti esercizi:

$$\log_{1/2}(x+3) > \log_{1/2}(x-1) + \log_{1/2} x, \quad \log_3 x \log_9 x - 6 \log_{27} x - 6 = 0,$$

$$7 \cdot 3^x - 5 \cdot 5^{2x} = 0.$$

Esercizio A.6 (Facoltativo) Una cifra c_0 è investita con tasso di interesse costante. Gli interessi vengono accreditati alla fine di ogni anno.

Qual è il valore del tasso di interesse che permette di raddoppiare il capitale (cioè ottenere un interesse uguale al capitale iniziale) dopo n anni?

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Date le rette $r : y = 3x/4$ e $s : y = 12x/5$, determinare l'equazione della retta t bisettrice dell'angolo $\hat{r}s$.

Esercizio B.2 Data l'ellisse $x^2/2 + y^2 = 1$, trova l'equazione di una seconda ellisse, congruente a quella data, che ha l'asse focale su una retta che forma un angolo di $-\pi/3$ con l'asse x .

Esercizio B.3 Data una semicirconferenza di centro O e raggio r , sia P il punto sul prolungamento del diametro MN dalla parte di N tale che valga $\overline{NP} = r$. Determina un punto A sulla semicirconferenza in modo che sia $5r^2$ la differenza tra l'area del quadrato costruito su AP e il quadruplo dell'area del triangolo AOP .

Esercizio B.4 Risolvi le seguenti equazioni e disequazioni esponenziali:

$$\frac{(3^{x-1})^{x-2} \cdot 27^x}{9^{x+2}} = \frac{1}{27}, \quad 2^{x+1} + 2^{x-2} + 2^{x-4} - 2^{x-3} = 70, \quad 5^{x+2} + 25^{x+1} > 750.$$

Esercizio B.5 Risolvi i seguenti esercizi:

$$\log_{\sqrt{2}}(2x+1) - \log_{\sqrt{2}}(3-x) < 2, \quad \log_2 x - 2 \log_x 2 = 1,$$

$$2 \cdot 5^x - 3 \cdot 7^{x+1} = 0.$$

Esercizio B.6 (Facoltativo) Una cifra c_0 è investita con tasso di interesse costante t , con $0 < t < 1$. Gli interessi vengono accreditati alla fine di ogni anno.

Quanti anni devono passare per il capitale triplichi, cioè prima che gli interessi maturati siano pari al doppio del capitale iniziale?

Buon Lavoro!