

COMPITO A

Esercizio A.1 Un triangolo equilatero ABC è inscritto in una circonferenza di raggio r . Una semiretta uscente dal vertice A interseca in D il segmento BC e in E la circonferenza.

Calcola la lunghezza dei lati del triangolo e dimostra che l'angolo $\widehat{AEB}$ è congruente all'angolo $\widehat{ACB}$. Poi determina il valore dell'angolo $\widehat{BAE}$ in modo che valga la relazione:

$$\frac{\overline{DB}}{\overline{AB}} + \frac{\overline{BE}}{\overline{AE}} = 2(\sqrt{3} - 1). \quad [\pi/4]$$

Esercizio A.2 Risolvi le seguenti equazioni:

$$\frac{9^{3x+2}}{49^{x-1}} \cdot 3^5 = 21^{2x} \frac{7^7}{9^{-2}}; \quad 2^{x+3} + 2^{x+2} - 7 \cdot 2^x = 160, \quad 3^{-x^2} = \log_3(3 + x^2). \quad [-5/4; 5; 0]$$

Esercizio A.3 Risolvi le seguenti equazioni:

$$\log_{\sqrt{2}}(2x + 6) - \log_2(x - 1) = 2 + \log_2(x + 9); \quad \log_5^2 x - \log_x x^2 \log_5 x = 0. \quad [9; 25]$$

Esercizio A.4 Risolvi le seguenti disequazioni:

$$5 \cdot 2^{2x-3} < 7^{x+1} \cdot 3^{x+2}; \quad \log_2(\log_{1/3} x) > \log_2 3. \quad [x > \log(504/5)/(\log 4 - \log 21); 0 < x < 1/27]$$

Esercizio A.5 Trova la matrice inversa della seguente matrice

$$M = \begin{bmatrix} -4 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad [[[1, 3/2, -1/2], [-1, -1, 1], [2, 5/2, -1/2]]]$$

Esercizio A.6 (Speciale) Una matrice quadrata A si dice *idempotente* se vale la relazione $A \cdot A = A$. Considera una matrice quadrata della forma

$$\begin{bmatrix} a & 1 \\ c & d \end{bmatrix}$$

e determina quali relazioni devono sussistere tra i suoi elementi affinché essa risulti idempotente.

$$[a + d = 1 \wedge c = a - a^2]$$

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 In una circonferenza di raggio r è inscritto un triangolo isoscele ABC di base AB e con gli angoli alla base di ampiezza $\pi/6$. Una semiretta uscente dal vertice C interseca in P il segmento AB e in Q la circonferenza.

Calcola le lunghezze dei lati del triangolo e dimostra che l'angolo $A\hat{Q}C$ è congruente all'angolo $A\hat{B}C$. Poi determina il valore dell'angolo $A\hat{C}Q$ in modo che valga la relazione:

$$\frac{\overline{AP}}{\overline{AC}} + \frac{\overline{AQ}}{\overline{CQ}} = \frac{2}{\sqrt{3}}. \quad [\pi/6]$$

Esercizio B.2 Risolvi le seguenti equazioni:

$$\frac{10^{3x}}{2^4 \cdot 25^x} = \frac{8 \cdot 5^{4x-5}}{5^2}, \quad 5^{x+2} - 3 \cdot 5^{x+1} - 2 \cdot 5^x = 200, \quad 2^{x^2} = \cos x. \quad [7/3; 2; 0]$$

Esercizio B.3 Risolvi le seguenti equazioni:

$$\log_9(x+7) + 1 = \log_3(3x+6) - \log_9(x-2); \quad \log_2^2 x - \log_x x^4 \log_2 x = 0. \quad [18; 16]$$

Esercizio B.4 Risolvi le seguenti disequazioni:

$$5^{x-1} > 11 \cdot 7^{x-2} \cdot 3^x; \quad \log_3(\log_{1/2} x) < \log_3 4. \quad [x < \log(55/49)/(\log 5 - \log 21); 1/16 < x < 1]$$

Esercizio B.5 Trova la matrice inversa della seguente matrice

$$F = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ 4 & 5 & -1 \end{bmatrix}. \quad [[[-2, -1, 1], [3/2, 1, -1/2], [-1/2, 1, 1/2]]]$$

Esercizio B.6 (Speciale) Una matrice quadrata A si dice *idempotente* se vale la relazione $A \cdot A = A$. Considera una matrice quadrata della forma

$$\begin{bmatrix} a & 0 \\ c & d \end{bmatrix}$$

e determina quali relazioni devono sussistere tra i suoi elementi affinché essa risulti idempotente.

$$[[[0, 0], [0, 0]], [[1, 0], [c, 0]], [[0, 0], [c, 1]], [[1, 0], [0, 1]]]$$

Buon Lavoro!