

COMPITO A

Esercizio A.1 Risolvi le seguenti disequazioni goniometriche:

$$\begin{aligned} \sin x - \cos x > \sqrt{2}, & \quad 2 \sin^2 x - 2 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x < 1. \\ & \quad [\emptyset; -\pi/4 + k\pi < x < \arctg(3) + k\pi] \end{aligned}$$

Esercizio A.2 Data una semicirconferenza di centro C e diametro $\overline{AB} = 2r$, D è il punto medio del segmento CB e P è un punto della semicirconferenza.

Determina l'angolo $B\hat{A}P$ in modo che valga la relazione:

$$\overline{CD} \cdot \overline{AP} + \overline{DP}^2 = \frac{9}{4}r^2. \quad [\pi/3, \pi/2]$$

Esercizio A.3 Risolvi le seguenti equazioni esponenziali:

$$\begin{aligned} {}^{x+1}\sqrt{\frac{25^x}{125}} = \sqrt[3]{\left(\frac{625}{5^x}\right)^{\frac{1}{x}}}, & \quad \frac{2^x + 3}{2^x - 2} + \frac{8}{3} = \frac{2^x + 1}{2^x + 4}. \end{aligned} \quad [2; -1]$$

Esercizio A.4 Risolvi le seguenti equazioni esponenziali:

$$\frac{5^{x+2}}{9^x} = \frac{3^{x+2}}{25^x}, \quad 11 \cdot 3^x \cdot 7^{x+1} = 5 \cdot 2^x. \quad [-2/3; \log_{21/2}(5/77)]$$

Esercizio A.5 Risolvi le seguenti equazioni esponenziali:

$$14^x = (1 + x^2) \sin\left(\frac{22}{7}\pi\right), \quad 16^x - 48 \cdot 4^x - 1024 = 0. \quad [\emptyset; 3]$$

Esercizio A.6 (Speciale) Si considera un campione di materia che all'istante $t = 0$ contiene N_0 nuclei radioattivi. Secondo la *legge del decadimento radioattivo*, a un istante t successivo il numero $N(t)$ di nuclei radioattivi superstiti è dato dalla formula:

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau},$$

dove e è il numero di Nepero e τ (lettera greca *tau*) è una grandezza, tipica dell'isotopo radioattivo in esame, che si chiama **vita media** e si misura in secondi. Le sostanze radioattive sono spesso caratterizzate anche dal parametro $T_{1/2}$, detto **tempo di dimezzamento**, che è pari all'intervallo di tempo che bisogna attendere affinché il numero di nuclei radioattivi presenti nel campione si dimezzi ($N(T_{1/2}) = N_0/2$).

Determina il valore di $T_{1/2}$ se si conosce quello di τ .

$$[T_{1/2} = \tau \ln 2]$$

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Risolvi le seguenti disequazioni goniometriche:

$$\sin x + \cos x < \sqrt{3},$$

$$4 \sin^2 x + \sin x \cos x + \cos^2 x > 3.$$

$$[\forall x \in \mathfrak{R}; \pi/4 + k\pi < x < \pi + \arctg(-2) + k\pi]$$

Esercizio B.2 Data una semicirconferenza di centro O e diametro $\overline{AB} = 2r$, C è il punto medio del segmento AO e Q è un punto della semicirconferenza.

Determina l'angolo \widehat{ABQ} in modo che valga la relazione:

$$\overline{CQ}^2 - \sqrt{2} \overline{AC} \cdot \overline{AQ} = \frac{r^2}{4}. \quad [0; \pi/4]$$

Esercizio B.3 Risolvi le seguenti equazioni esponenziali:

$$\sqrt[4]{(256 \cdot 16^x)^{\frac{1}{x-4}}} = x^{-3} \sqrt{\frac{8^x}{2}}, \quad \frac{3^x + 1}{3^x - 1} + \frac{3^x + 3}{3^x + 1} = \frac{49}{20}. \quad [5; 2]$$

Esercizio B.4 Risolvi le seguenti equazioni esponenziali:

$$\frac{2^x}{125^x} = \frac{5^{1-x}}{2^{x+1}}, \quad 6 \cdot 7^x = 19 \cdot 4^x \cdot 5^{x-1}. \quad [-1/2; \log_{20/7}(30/19)]$$

Esercizio B.5 Risolvi le seguenti equazioni esponenziali:

$$11^x = (2 + x^4) \cos\left(\frac{37}{14}\pi\right), \quad 49^x - 42 \cdot 7^x - 343 = 0. \quad [\emptyset; 2]$$

Esercizio B.6 (Speciale) Il *livello di intensità sonora* I_L è una grandezza che descrive la percezione di un'onda acustica da parte dell'orecchio umano. I_L si misura in **decibel** (dB) ed è dato dalla formula:

$$I_L = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0},$$

dove I è l'intensità dell'onda sonora in esame e I_0 è la minima intensità udibile dall'orecchio umano.

Supponiamo che all'intensità I_1 corrisponda un livello di intensità sonora pari a 60 dB. Quanto vale il livello di intensità sonora che corrisponde a un'onda di intensità $I_2 = 100 I_1$?

[80 dB]

Buon Lavoro!