

COMPITO A

Esercizio A.1 In un triangolo isoscele inscritto in una circonferenza di raggio r , la somma del doppio dell'altezza con il triplo del lato è $4r$.

Determina l'ampiezza dell'angolo al vertice.

Esercizio A.2 Risolvi i seguenti esercizi:

$$\frac{\sin 2x}{1 - \cos 2x} + \operatorname{ctg}^2 x = 2, \quad 2 \sin 3x \cos 2x = \sin x - \frac{1}{2}.$$

Esercizio A.3 Risolvi le seguenti disequazioni:

$$(\sqrt{5}+1) \sin x + (\sqrt{15}+\sqrt{3}) \cos x < 0, \quad 2 \sin^2 x + (\sqrt{2}+2) \sin x + \sqrt{2} < 0.$$

Esercizio A.4 Risolvi i seguenti triangoli qualunque:

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{6}, \quad b = \sqrt{2}, \quad c = 2\sqrt{2}; \\ a &= 2(\sqrt{2}+1), \quad b = \sqrt{2}(\sqrt{2}+1), \quad \beta = \frac{\pi}{4}. \end{aligned}$$

Esercizio A.5 Data una semicirconferenza che ha centro O e diametro $\overline{AB} = 2r$, prolunga il diametro di un segmento $\overline{BD} = r$. Detto P un punto sulla semicirconferenza, costruisci il triangolo equilatero PDC , con il vertice C dalla parte opposta di O rispetto alla retta PD , e determina l'angolo POD in modo tale che il quadrilatero $ODCP$ abbia area $9\sqrt{3}r^2/4$.

Esercizio A.6 (Facoltativo) Il primo teorema di Euclide stabilisce che, in un triangolo rettangolo, il quadrato costruito su un cateto è equivalente al rettangolo che ha per lati l'intera ipotenusa e la proiezione di quel cateto sull'ipotenusa.

Dimostra questo teorema con le formule della trigonometria.

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 In un triangolo isoscele inscritto in una circonferenza di raggio r , la somma dei quadrati dei tre lati è $9r^2$.

Determina l'ampiezza dell'angolo al vertice.

Esercizio B.2 Risolvi i seguenti esercizi:

$$\frac{1 + \cos 2x}{1 - \cos 2x} = \frac{\operatorname{ctg} x}{2 \operatorname{sen} x}, \quad 2 \cos x \cos 3x = \cos 2x - \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Esercizio B.3 Risolvi le seguenti disequazioni:

$$(\sqrt{6} - \sqrt{3}) \operatorname{sen} x - (\sqrt{2} - 1) \cos x > 0, \quad 2 \cos^2 x - (\sqrt{2} - 2) \cos x - \sqrt{2} < 0.$$

Esercizio B.4 Risolvi i seguenti triangoli qualunque:

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{3}, \quad b = 1, \quad c = 2; \\ a &= \sqrt{3}(\sqrt{3} + 1), \quad b = \sqrt{3} + 1, \quad \beta = \frac{\pi}{6}. \end{aligned}$$

Esercizio B.5 È dato il segmento $\overline{AB} = 2a$ e sia O il suo punto medio. Conduci dall'estremo A una semiretta r e sia P la proiezione ortogonale del punto B su r . Sul segmento AP costruisci, da parte opposta di AB , il triangolo equilatero APM . Determina l'angolo acuto BAP in modo tale che si verifichi $\overline{MO} = \sqrt{3}a$.

Esercizio B.6 (Facoltativo) Il secondo teorema di Euclide stabilisce che, in un triangolo rettangolo, il quadrato costruito sull'altezza relativa all'ipotenusa è equivalente al rettangolo che ha per lati le due proiezioni dei cateti sull'ipotenusa.

Dimostra questo teorema con le formule della trigonometria.

Buon Lavoro!