

Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 4S
VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 21.12.2012

COMPITO A

Esercizio A.1 Risolvi la seguente disequazione goniometrica:

$$8 \sin^2 x - 2(\sqrt{5} + 3) \sin x + \sqrt{5} + 1 < 0.$$

$$[\pi/6 < x < 3\pi/10 \vee 7\pi/10 < x < 5\pi/6]$$

Esercizio A.2 Risolvi le seguenti disequazioni goniometriche:

$$\sin x - \cos x < \sqrt{\frac{3}{2}}, \quad 2 \sin^2 x + 2 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x > 1.$$

$$[11\pi/12 + 2k\pi < x < 31\pi/12 + 2k\pi; \pi/4 + k\pi < x < \pi + \arctg(-3) + k\pi]$$

Esercizio A.3 Risolvi le seguenti disequazioni goniometriche:

$$\frac{\sin x - \sqrt{3} \cos x}{2 \cos x + \sqrt{2}} > 0, \quad ||\cos x + 3| - 1| < \frac{5}{2}.$$

$$[\pi/3 + 2k\pi < x < 3\pi/4 + 2k\pi \vee 5\pi/4 + 2k\pi < x < 4\pi/3 + 2k\pi; \pi/3 + 2k\pi < x < 5\pi/3 + 2k\pi]$$

Esercizio A.4 Risolvi i seguenti triangoli qualunque:

$$\begin{cases} a = \sqrt{6}(\sqrt{3} - 1) \\ b = 3(\sqrt{3} - 1) \\ \beta = \frac{\pi}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} a = 2 \\ b = \sqrt{2}(\sqrt{3} - 1) \\ c = 2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$[\alpha = \pi/4, \gamma = 5\pi/12, c = \sqrt{6}; \pi/12, \pi/6, 3\pi/4]$$

Esercizio A.5 Dopo avere risolto il primo triangolo dell'esercizio precedente, determina per esso la lunghezza della bisettrice uscente dal vertice B e il raggio della circonferenza circoscritta.

$$[\sqrt{6}(\sqrt{3}-1), \sqrt{3}(\sqrt{3}-1)]$$

Esercizio A.6 (Speciale) Data una circonferenza $\mathcal{C}$ e un punto P esterno a essa, conduci da P una retta tangente a $\mathcal{C}$ e indica con T il punto di tangenza. Sempre da P traccia una seconda retta che inteserca $\mathcal{C}$ nei punti A e B .

Utilizzando i teoremi di geometria piana richiamati nel corso del programma dimostra che vale la relazione $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$.

Buon Lavoro!

Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 4S
VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 21.12.2012

COMPITO B

Esercizio B.1 Risolvi la seguente disequazione goniometrica:

$$8 \cos^2 x - 2(\sqrt{5} - 1) \cos x - 1 - \sqrt{5} > 0,$$

$$[-\pi/5 + 2k\pi < x < \pi/5 + 2k\pi, 2\pi/3 < x < 4\pi/3]$$

Esercizio B.2 Risolvi le seguenti disequazioni goniometriche:

$$\sqrt{3} \sin x + \cos x > \sqrt{2}, \quad 3 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x < 2.$$

$$[\pi/12 + 2k\pi < x < 7\pi/12 + 2k\pi; -\pi/4 + k\pi < x < \arctg 4 + k\pi]$$

Esercizio B.3 Risolvi le seguenti disequazioni goniometriche:

$$\frac{\sin x + \cos x}{2 \sin x + \sqrt{3}} < 0, \quad ||\sin x + 2| + 1| > \frac{5}{2}.$$

$$[3\pi/4 + 2k\pi < x < 4\pi/3 + 2k\pi \vee 5\pi/3 + 2k\pi < x < 7\pi/4 + 2k\pi; -\pi/6 + 2k\pi < x < 7\pi/6 + 2k\pi]$$

Esercizio B.4 Risolvi i seguenti triangoli qualunque:

$$\begin{cases} b = 2\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1) \\ c = 2(\sqrt{3} + 1) \\ \beta = \frac{3}{4}\pi \end{cases} \quad \begin{cases} a = 3\sqrt{2} \\ b = 3 + \sqrt{3} \\ c = 2\sqrt{3} \end{cases}$$

$$[\alpha = \pi/12, \gamma = \pi/6, a = 2\sqrt{2}; \pi/3, 5\pi/12, \pi/4]$$

Esercizio B.5 Dopo avere risolto il primo triangolo dell'esercizio precedente, determina per esso la lunghezza della mediana uscente dal vertice B e il raggio della circonferenza inscritta.

$$[2; 1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}]$$

Esercizio B.6 (Speciale) Data una circonferenza $\mathcal{C}$ e un punto P esterno a essa, conduci da P una retta che interseca $\mathcal{C}$ nei punti A e B . Sempre da P traccia una seconda retta che interseca $\mathcal{C}$ nei punti C e D .

Utilizzando i teoremi di geometria piana richiamati nel corso del programma dimostra che vale la relazione $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$.

Buon Lavoro!