

Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 4S
VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 15.12.2011

COMPITO A

Esercizio A.1 Risolvi le seguenti disequazioni goniometriche:

$$\sin x + \cos x - 4 \sin x \cos x > 1; \quad \frac{\sin x - \cos x}{\tan x + \sqrt{3}} < 0;$$

$$\sin^2 x + (1 - \sqrt{3}) \sin x \cos x - \sqrt{3} \cos^2 x < 0.$$

$$\begin{aligned} [\pi/4 - \arccos(-\sqrt{2}/4) + 2k\pi < x < 2k\pi \vee \pi/2 + 2k\pi < x < \pi/4 + \arccos(-\sqrt{2}/4) + 2k\pi; \\ \pi/2 + 2k\pi < x < 2\pi/3 + 2k\pi \vee 5\pi/4 + 2k\pi < x < 3\pi/2 + 2k\pi \vee 5\pi/3 + 2k\pi < x < 9\pi/4 + 2k\pi; \\ -\pi/4 + k\pi < x < \pi/3 + k\pi] \end{aligned}$$

Esercizio A.2 Un triangolo rettangolo ha il cateto AC di lunghezza $b = 4$ e l'angolo $\beta = 3\pi/8$; determina la lunghezza degli altri due lati. $[4(\sqrt{2} - 1); 4\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}]$

Esercizio A.3 Risolvi due triangoli qualunque di cui conosci:

$$\begin{cases} c = 6\sqrt{3} \\ b = 9\sqrt{2} \\ \beta = \frac{\pi}{3} \end{cases}; \quad \begin{cases} a_1 = 2\sqrt{6} \\ b_1 = 4 \\ c_1 = 2(\sqrt{3} - 1) \end{cases}.$$

$$[a = 3\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1), \gamma = \pi/4, \alpha = 5\pi/12; \alpha = 2\pi/3, \beta = \pi/4, \gamma = \pi/12]$$

Esercizio A.4 Trova l'area del primo dei triangoli precedenti e il raggio della circonferenza inscritta in esso. $[27(\sqrt{3} + 3)/2, 3(3 + \sqrt{3} - \sqrt{6})]$

Esercizio A.5 Il triangolo ABC è isoscele e l'altezza relativa alla base misura $\overline{DA} = h$. E è la proiezione del punto D sul lato AC e F è l'ulteriore proiezione di E sull'altezza.

Determina l'ampiezza dell'angolo al vertice in modo che valga la relazione:

$$\sqrt{3} \overline{AE} - \overline{AF} = \frac{3}{4}h. \quad [\pi/3]$$

Esercizio A.6 (Speciale) Calcola il valore della quantità

$$a = \sin(2 \arcsin x). \quad [2x\sqrt{1 - x^2}]$$

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Risolvi le seguenti disequazioni goniometriche:

$$\sin x + \cos x + 2 \sin x \cos x < 1; \quad \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{3} \operatorname{tg} x - 1} > 0;$$

$$\sqrt{3} \sin^2 x + (\sqrt{3} - 1) \sin x \cos x - \cos^2 x > 0.$$

$$[-2k\pi < x < \pi/2 + 2k\pi;]$$

$$\pi/6 + 2k\pi < x < \pi/2 + 2k\pi \vee 3\pi/4 + 2k\pi < x < 7\pi/6 + 2k\pi \vee 3\pi/2 + 2k\pi < x < 7\pi/4 + 2k\pi;$$

$$\pi/6 + k\pi < x < 3\pi/4 + k\pi]$$

Esercizio B.2 Un triangolo rettangolo ha il cateto AC di lunghezza $b = 6$ e l'angolo $\gamma = \pi/8$; determina la lunghezza degli altri due lati.

$$[6(\sqrt{2} - 1); 6\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}]$$

Esercizio B.3 Risolvi due triangoli qualunque di cui conosci:

$$\begin{cases} a = 6\sqrt{3} \\ b = 6\sqrt{2} \\ \alpha = \frac{2}{3}\pi \end{cases}; \quad \begin{cases} a_1 = 2 \\ b_1 = \sqrt{6} \\ c_1 = \sqrt{3} + 1 \end{cases}.$$

$$[\beta = \pi/4, \gamma = \pi/12, c = 3\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1); \alpha = \pi/4, \beta = \pi/3, \gamma = 5\pi/12]$$

Esercizio B.4 Trova l'area del primo dei triangoli precedenti e il raggio della circonferenza circoscritta a esso.

$$[9\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1), 6]$$

Esercizio B.5 Il triangolo ABC è isoscele sulla base BC . Indica con M il punto medio della base e con N la proiezione di M sul lato AB (con $\overline{AB} = l$). Determina l'angolo al vertice del triangolo in modo che valga la relazione:

$$\sqrt{2} \overline{BM} + \overline{BN} = \frac{3}{2}l. \quad [\pi/2]$$

Esercizio B.6 (Speciale) Calcola il valore della quantità

$$z = \cos(2 \arcsen x). \quad [1 - 2x^2]$$

Buon Lavoro!