

Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 4S
COMPITO IN CLASSE DI MATEMATICA - 19.12.2009

COMPITO A

Esercizio A.1 Risolvi i due triangoli di cui sono noti i seguenti dati:

$$a = \sqrt{6}, b = 2, \beta = \frac{\pi}{4}; \quad b = \sqrt{2}, c = \sqrt{3} - 1, \alpha = \frac{3}{4}\pi.$$

Poi determina il raggio della circonferenza circoscritta al secondo triangolo.

$$[\pi/3, 5\pi/12, \sqrt{3}+1; 2\pi/3, \pi/12, \sqrt{3}-1; 2, \pi/6, \pi/12, \sqrt{2}]$$

Esercizio A.2 Risolvi le seguenti equazioni:

$$(\sqrt{5} + 1) \sin x - (\sqrt{5} + 1) \cos x = \sqrt{2}, \quad \cos^2 x - \sin^2 x - \sqrt{2}(\cos x - \sin x) = 0.$$

$$[7\pi/20+2k\pi, 23\pi/20+2k\pi; \pi/4+2k\pi]$$

Esercizio A.3 Risolvi le seguenti disequazioni:

$$\cos x > -\frac{1}{2}, \quad \operatorname{tg}^2 x < 3, \quad 2 \sin^2 x - 3\sqrt{2} \sin x - 4 < 0.$$

$$[-2\pi/3+2k\pi < x < 2\pi/3+2k\pi; -\pi/3+2k\pi < x < \pi/3+2k\pi; -\pi/4+2k\pi < x < 5/4\pi+2k\pi]$$

Esercizio A.4 Risolvi le seguenti disequazioni:

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x < 0, \quad \sin^2 x + (\sqrt{3} - 1) \sin x \cos x - \sqrt{3} \cos^2 x > 0, \\ \frac{\sqrt{3} \operatorname{tg} x + 1}{4 \sin^2 x - 3} > 0.$$

$$[\pi/3+2k\pi < x < 4\pi/3+2k\pi; -\pi/2+k\pi < x < -\pi/3+k\pi \vee \pi/4+k\pi < x < \pi/2+k\pi; \\ -\pi/3+2k\pi < x < -\pi/6+2k\pi \vee \pi/3+2k\pi < x < \pi/2+2k\pi \vee 2\pi/3+2k\pi < x < 5\pi/6+2k\pi \vee 4\pi/3+2k\pi < x < 3\pi/2+2k\pi]$$

Esercizio A.5 Un triangolo rettangolo ABC ha l'ipotenusa BC lunga l e AH è l'altezza relativa all'ipotenusa.

Determina l'angolo $\hat{A}BC$ in modo che valga la relazione:

$$\sqrt{2} \overline{HC} + \overline{BC} = (1 + \sqrt{2}) \overline{AC}.$$

$$[\pi/4, \pi/2]$$

Esercizio A.6 (Speciale) Dimostra che vale l'identità:

$$\operatorname{ctg}(\operatorname{arcsen} x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}, \quad -1 \leq x < 0 \vee 0 < x \leq 1.$$

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Risolvi i due triangoli di cui sono noti i seguenti dati:

$$a = 4, c = 2\sqrt{2}, \gamma = \frac{\pi}{6}; \quad a = \sqrt{2}(\sqrt{3} + 1), b = \sqrt{2}, \gamma = \frac{2}{3}\pi.$$

Poi determina il raggio della circonferenza inscritta nel secondo triangolo.

$$[\pi/4, 7\pi/12, 2(\sqrt{3}+1); 3\pi/4, \pi/12, 2(\sqrt{3}-1); \sqrt{3}(\sqrt{3}+1), \pi/4, \pi/12, \sqrt{3}(\sqrt{3}+1)/(\sqrt{6}+2\sqrt{2}+3+\sqrt{3})]$$

Esercizio B.2 Risolvi le seguenti equazioni:

$$(\sqrt{5} + 1) \sin x + \sqrt{3}(\sqrt{5} + 1) \cos x = 2, \quad \cos^2 x - \sin^2 x + \sqrt{2}(\cos x + \sin x) = 0.$$

$$[-7\pi/30+2k\pi, 17\pi/30+2k\pi; -\pi/4+k\pi]$$

Esercizio B.3 Risolvi le seguenti disequazioni:

$$\sin x < -\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \operatorname{tg}^2 x > \frac{1}{3}, \quad 4 \cos^2 x + 4 \cos x - 3 > 0.$$

$$[5\pi/4+2k\pi < x < 7\pi/4+2k\pi; -\pi/2+k\pi < x < -\pi/6+k\pi \vee \pi/6+k\pi < x < \pi/2+k\pi; -\pi/3+2k\pi < x < \pi/3+2k\pi]$$

Esercizio B.4 Risolvi le seguenti disequazioni:

$$\sin x - \cos x > 0, \quad \sqrt{3} \sin^2 x + (\sqrt{3} - 1) \sin x \cos x - \cos^2 x < 0, \\ \frac{4 \cos^2 x - 3}{\operatorname{tg} x - \sqrt{3}} > 0.$$

$$[\pi/4+2k\pi < x < 5\pi/4+2k\pi; -\pi/4+k\pi < x < \pi/6+k\pi;$$

$$\pi/6+2k\pi < x < \pi/3+2k\pi \vee \pi/2+2k\pi < x < 5\pi/6+2k\pi \vee 7\pi/6+2k\pi < x < 4\pi/3+2k\pi \vee 3\pi/2+2k\pi < x < 11\pi/6+2k\pi]$$

Esercizio B.5 Un triangolo rettangolo ABC ha l'ipotenusa BC lunga s e AH è l'altezza relativa all'ipotenusa.

Determina l'angolo $\hat{A}BC$ in modo che valga la relazione:

$$2\overline{BH} + \sqrt{3} \overline{BC} = (2 + \sqrt{3}) \overline{AB}.$$

$$[0; \pi/6]$$

Esercizio B.6 (Speciale) Dimostra che vale l'identità:

$$\operatorname{ctg}(\arccos x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}, \quad -1 < x < 1.$$

Buon Lavoro!