

Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 4S
VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 13.11.2017

COMPITO A

Esercizio A.1 Dato $\cos \alpha = -\sqrt{3}/3$, con $\pi < \alpha < 3\pi/2$, determina il valore di $\operatorname{tg} \alpha$, $\sin 2\alpha$, $\cos 3\alpha$, $\cos \alpha/2$ e $\operatorname{tg}(\pi/4 + \alpha)$. [$\sqrt{2}$, $2\sqrt{2}/3$, $5\sqrt{3}/9$, $\sqrt{(3+\sqrt{3})/6}$, $-(3+2\sqrt{3})$]

Esercizio A.2 Semplifica la seguente espressione goniometrica:

$$\frac{\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{7}{6}\pi \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \cos(2\pi - \alpha) + \sqrt{2} \cos \frac{3}{4}\pi \sin(\pi + \alpha) \sin(\pi - \alpha)}{4 \sin \frac{5}{3}\pi \cos \frac{4}{3}\pi \operatorname{tg} \frac{11}{6}\pi \cos(13\pi + \alpha)} +$$
$$+ \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cos(\pi - \alpha) - 1}{2 \sin \frac{5}{4}\pi \cos \frac{7}{4}\pi \sin\left(\frac{3}{2}\pi - \alpha\right)} . \quad [-\sin \alpha]$$

Esercizio A.3 Determina i valori di

$$\sin \frac{9}{8}\pi; \quad \operatorname{tg} \frac{11}{12}\pi . \quad [-\sqrt{2-\sqrt{2}}/2; \sqrt{3}-2]$$

Esercizio A.4 Verifica se la seguente uguaglianza è una identità:

$$\frac{2 \cos^2\left(3\alpha + \frac{\pi}{4}\right)}{1 - \sin 6\alpha} + \cos 8\alpha = 2 \frac{2 \cos 6\alpha \cos 2\alpha - \cos 8\alpha + \sin 8\alpha}{3 \operatorname{tg} 4\alpha + \operatorname{tg}\left(\frac{\pi/2-4\alpha}{2}\right)} . \quad [2 \cos^2 4\alpha]$$

Esercizio A.5 Risolvi la seguente equazione esponenziale:

$$\frac{2^x - 8}{2^x - 4} - \frac{3}{2^x + 4} = \frac{3 \cdot 2^x - 36}{4^x - 16} . \quad [1, 3]$$

Esercizio A.6 Risolvi i seguenti esercizi:

$$3^{2x+3} + 2186 \cdot 3^x - 81 > 0; \quad \frac{\sqrt[3]{25^{x+2}} \sqrt{5^{3-x}}}{5^{x^2-5/2}} = \frac{125 \cdot 5^{x-1} \cdot 25^{x-2}}{5^{24-x}}$$

[$x > -3$; 4, $-47/6$]

Esercizio A.7 Risolvi la seguente disequazione esponenziale:

$$25 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{x+3} - 5 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{x+2} + 8 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^x - 2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} < \frac{19}{2} . \quad [x > -1]$$

Esercizio A.8 (Speciale) Dimostra la formula generale che permette di ottenere il valore di $\sin x$ se si conosce quello di $\operatorname{tg} x$ e discuti la scelta dei segni nella soluzione trovata.

Buon Lavoro!

Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 4S
VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 13.11.2017

COMPITO B

Esercizio B.1 Dato $\sin \alpha = -\sqrt{3}/4$, con $3\pi/2 < \alpha < 2\pi$, determina il valore di $\operatorname{ctg} \alpha$, $\cos 2\alpha$, $\sin 3\alpha$, $\sin \alpha/2$ e $\operatorname{tg}(\pi/4 - \alpha)$.

$$[-\sqrt{13/3}; 5/8; -9\sqrt{3}/16; \sqrt{(4-\sqrt{13})/(2\sqrt{2})}; (1+\sqrt{3/13})/(1-\sqrt{3/13})]$$

Esercizio B.2 Semplifica la seguente espressione goniometrica:

$$\frac{\sqrt{2} \sin \frac{7}{4}\pi \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin (2\pi - \alpha) - \sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{5}{6}\pi \cos \left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \sin (\pi - \alpha)}{4 \cos \frac{7}{6}\pi \cos \frac{2}{3}\pi \operatorname{tg} \frac{5}{6}\pi \sin (\pi + \alpha)} +$$

[cos α]

$$+ \frac{1 + \cos (-\alpha) \cos (\pi + \alpha)}{4 \cos \frac{4}{3}\pi \sin \frac{11}{6}\pi \cos \left(\frac{3}{2}\pi + \alpha\right)}.$$

Esercizio B.3 Determina i valori di

$$\operatorname{tg} \frac{7}{8}\pi; \quad \cos \frac{13}{12}\pi.$$

[$1-\sqrt{2}$; $-\sqrt{2}/4(\sqrt{3}+1)$]

Esercizio B.4 Verifica se la seguente uguaglianza è una identità:

$$2 \frac{\cos 5\alpha + 2 \sin 7\alpha \cos 3\alpha - \sin 4\alpha}{\operatorname{tg} \left(\frac{\pi/2 - 5\alpha}{2}\right) + 3 \operatorname{tg} 5\alpha} = \cos 10\alpha + \frac{1 + \sin 4\alpha}{2 \sin^2 \left(2\alpha + \frac{\pi}{4}\right)}.$$

[$2 \cos^2 5\alpha$]

Esercizio B.5 Risolvi la seguente equazione esponenziale:

$$\frac{3^x - 6}{3^x - 3} - \frac{1}{3^x + 3} = \frac{2 \cdot 3^x + 12}{9^x - 9}.$$

[2]

Esercizio B.6 Risolvi i seguenti esercizi:

$$5^{2x+2} + 3124 \cdot 5^x - 125 < 0; \quad \frac{\sqrt[4]{8^{x+2}} \sqrt{2^{x^2+3}}}{4^{x+1}} = \frac{16 \cdot 2^{x^2+5/2} \cdot 4^{x-1}}{2^{1+x}}$$

[$x < -2$; -2 , $-5/2$]

Esercizio B.7 Risolvi la seguente disequazione esponenziale:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x+2} - 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} + 5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x + 4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{x-1} > \frac{680}{243}.$$

[$x < 3$]

Esercizio B.8 (Speciale) Dimostra la formula generale che permette di ottenere il valore di $\cos x$ se si conosce quello di $\operatorname{tg} x$ e discuti la scelta dei segni nella soluzione trovata.

Buon Lavoro!