

Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 4S
VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 17.11.2011

COMPITO A

Esercizio A.1 Nel primo quadrante è dato l'angolo φ , con $\sin \varphi = \sqrt{7}/4$.

- a) Calcola il seno dell'angolo 2φ . [$3\sqrt{7}/8$]
- b) Calcola seno e coseno dell'angolo $\varphi/2$. [$\sqrt{2}/4, \sqrt{14}/4$]
- c) Calcola il coseno dell'angolo $\beta = \varphi/2 + \pi/6$. [$\sqrt{2}(\sqrt{21} - 1)/8$]
- d) β è uno degli angoli acuti di un triangolo rettangolo ABC , di ipotenusa $a = 16(\sqrt{21} + 1)$; determina la lunghezza del lato c . [$40\sqrt{2}$]

Esercizio A.2 Verifica se la seguente uguaglianza è un'identità:

$$\frac{\sin 14x}{\sin 7x \cos 8x + \cos 6x \sin 7x} = \frac{2 \left(1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}\right) (1 - \cos 2x)}{\left(\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} + 1\right) \sin^2 2x}. \quad [1/\cos x]$$

Esercizio A.3 Risolvi le seguenti equazioni:

$$3 \sin x + 4 \cos x = 0; \quad \sin x + \cos x - \sqrt{2} = 0; \quad 2 \cos x + \sqrt{2} \sin \frac{x}{2} - 1 = 0.$$
$$[\arctg(-4/3) + k\pi; \pi/4 + 2k\pi; \pi/2 + 4k\pi, 3\pi/2 + 4k\pi, 2 \arcsin(-\sqrt{2}/4) + 4k\pi, 2\pi - 2 \arcsin(-\sqrt{2}/4) + 4k\pi]$$

Esercizio A.4 Risolvi le seguenti equazioni:

$$\cos \left(8x + \frac{5}{6}\pi\right) = \cos \left(6x + \frac{\pi}{3}\right); \quad \sin 7x + \sin 3x + \sqrt{2} \cos 2x = 0.$$
$$[-\pi/4 + k\pi, -\pi/12 + k\pi/7; \pi/4 + k\pi/2, \pi/4 + 2k\pi/5, -\pi/20 + 2k\pi/5]$$

Esercizio A.5 Risolvi le seguenti disequazioni:

$$5 \sin^2 x - 2 \sin x \cos x + (2\sqrt{3} + 1) \cos^2 x \geq 4; \quad \frac{2 \cos x + 1}{\operatorname{tg} x + 1} < 0.$$
$$[\pi/3 + 2k\pi \leq x \leq 13/12 + 2k\pi; \pi/2 + 2k\pi < x < 2/3\pi + 2k\pi \vee 3\pi/4 + 2k\pi < x < 4/3 + 2k\pi \vee 3\pi/2 + 2k\pi < x < 7\pi/4 + 2k\pi]$$

Esercizio A.6 (Speciale) Risolvi la seguente disequazione:

$$\sqrt{3 \sin x} < \sqrt{2} \cos x. \quad [2k\pi \leq x < \pi/6 + 2k\pi]$$

Buon Lavoro!

Liceo Scientifico G. Marconi - Classe 4S
VERIFICA SCRITTA DI MATEMATICA - 17.11.2011

COMPITO B

Esercizio B.1 Nel primo quadrante è dato l'angolo φ , con $\sin \varphi = \sqrt{11}/6$.

- a) Calcola il coseno dell'angolo 2φ . [7/18]
- b) Calcola seno e coseno dell'angolo $\varphi/2$. [$\sqrt{3}/6$, $\sqrt{33}/6$]
- c) Calcola il seno dell'angolo $\gamma = \pi/4 - \varphi/2$. [$\sqrt{6}(\sqrt{11} - 1)/12$]
- d) γ è uno degli angoli acuti di un triangolo rettangolo ABC , di ipotenusa $a = 12(\sqrt{11} + 1)$;
determina la lunghezza del lato c . [$10\sqrt{6}$]

Esercizio B.2 Verifica se la seguente uguaglianza è un'identità:

$$\frac{(\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} + 1) \sin^2 2x}{2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} (\cos 2x + 1)} = \frac{2(\cos 4x \cos 5x - \cos 5x \cos 6x)}{\sin 10x}. \quad [2 \sin x]$$

Esercizio B.3 Risolvi le seguenti equazioni:

$$5 \sin x - 6 \cos x = 0; \quad \sin x - \cos x - 1 = 0; \quad 4 \cos x + 2\sqrt{3} \cos \frac{x}{2} + 1 = 0.$$

$$[\arctg(6/5) + k\pi; \pi/2 + 2k\pi, \pi + 2k\pi; 5\pi/3 + 4k\pi, \pm 2 \arccos(\sqrt{3}/4) + 4k\pi]$$

Esercizio B.4 Risolvi le seguenti equazioni:

$$\sin\left(6x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(4x - \frac{\pi}{6}\right); \quad \cos 10x + \cos 2x - \sqrt{3} \cos 4x = 0.$$

$$[-\pi/4 + k\pi, \pi/12 + k\pi/5; \pm\pi/36 + k\pi/3, \pi/8 + k\pi/4]$$

Esercizio B.5 Risolvi le seguenti disequazioni:

$$4 \sin^2 x - \sqrt{2} \sin x \cos x + (2 - \sqrt{2}) \cos^2 x \leq 3; \quad \frac{\operatorname{tg} x - 1}{2 \sin x + \sqrt{3}} > 0.$$

$$[-\pi/4 + k\pi \leq x \leq 3\pi/8 + k\pi;$$

$$\pi/4 + 2k\pi < x < \pi/2 + 2k\pi \vee 5\pi/4 + 2k\pi < x < 4\pi/3 + 2k\pi \vee 3\pi/2 + 2k\pi < x < 5\pi/3 + 2k\pi]$$

Esercizio B.6 (Speciale) Risolvi la seguente disequazione:

$$\sqrt{3 \cos x} > \sqrt{2} \sin x. \quad [-\pi/2 + 2k\pi \leq x < \pi/3 + 2k\pi]$$

Buon Lavoro!